

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**ESCOAMENTO LAMINAR ATRAVÉS DE VÁLVULAS INCLINADAS DE
COMPRESSORES DE REFRIGERAÇÃO**

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA

FABRÍCIO CALDEIRA POSSAMAI

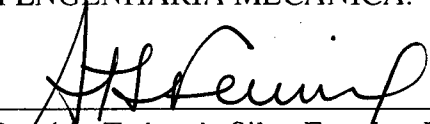
FLORIANÓPOLIS. novembro - 1994

**ESCOAMENTO LAMINAR ATRAVÉS DE VÁLVULAS INCLINADAS DE
COMPRESSORES DE REFRIGERAÇÃO**

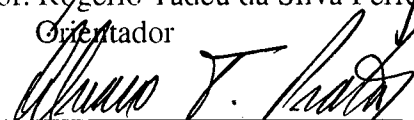
FABRÍCIO CALDEIRA POSSAMAI

**ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
MESTRE EM ENGENHARIA**

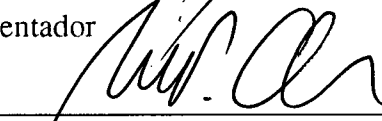
**ESPECIALIDADE ENGENHARIA MECÂNICA, ÁREA DE CONCENTRAÇÃO
ENGENHARIA E CIÊNCIAS TÉRMICAS, E APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA.**



Prof. Rogério Tadeu da Silva Ferreira, Ph. D.
Orientador




Prof. Álvaro Toubes Prata, Ph. D.
Co-Orientador

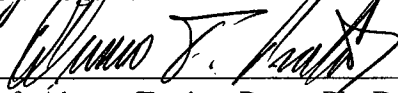


Prof. Antônio Fábio Carvalho da Silva, Dr. Eng. Mec.
Coordenador

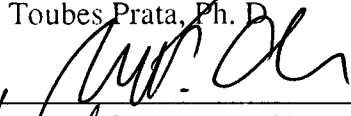
BANCA EXAMINADORA



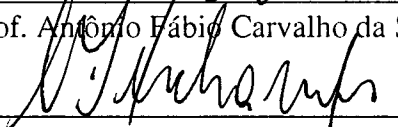
Prof. Rogério Tadeu da Silva Ferreira, Ph. D.



Prof. Álvaro Toubes Prata, Ph. D.



Prof. Antônio Fábio Carvalho da Silva, Dr. Eng. Mec.



Prof. César José Deschamps, Ph. D.

À meus queridos pais pelo carinho,
apoio e educação, a quem devo o que
sou hoje.

À Silvana pelo amor e compreensão.

AGRADECIMENTOS

Aos Professores Rogério Tadeu da Silva Ferreira e Álvaro Toubes Prata, pela seriedade e objetividade com que conduziram este trabalho e, principalmente, pela amizade.

Aos Professores César José Deschamps e José Luis Gasche, que, como antecessores deste trabalho, muito contribuíram para sua realização e pela oportunidade de tê-los como amigos.

Aos Técnicos Milton Miguel e Edevaldo, pelo importante auxílio nas atividades de laboratório e pela companhia que tornou mais agradáveis as horas de trabalho.

Ao estudante de engenharia Francisco Perucchi, pelo auxílio nos trabalhos experimentais.

À meus irmãos, cujo incentivo foi fundamental e, principalmente ao meu irmão Tarcísio, com quem convivi os anos de minha graduação, compartilhando as dificuldades e alegrias de uma época difícil.

À todos os amigos, pelo auxílio e apoio.

À CAPES pelo apoio financeiro.

À EMBRACO (Empresa Brasileira de Compressores) pelo apoio no fornecimento de equipamentos.

RESUMO	i
ABSTRACT	ii
LISTA DE FIGURAS	iii
LISTA DE TABELAS	viii
SIMBOLOGIA	ix
1. INTRODUÇÃO	1
2. BANCADA EXPERIMENTAL	7
2.1. Introdução	7
2.2. Descrição Geral do Aparato Experimental.....	7
2.3. Seção de Testes	8
2.3.1. Assento	9
2.3.2. Palheta	10
2.3.3. Sistema para posicionamento da palheta.....	11
2.3.4. Sistema para controle do afastamento entre assento e palheta.....	12
2.4. Instrumentação	14
2.4.1. Medidas de temperatura.....	14
2.4.2. Medidas de pressão.	14
2.4.3. Medidas de deslocamento	15
3. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL E REDUÇÃO DOS DADOS	17
3.1. Objetivo.....	17
3.2. Procedimento Experimental	17
3.2.1. Calibração dos transdutores de pressão e de deslocamento.....	17
3.2.2. Preparação inicial.....	18
3.2.3. Ajuste de posicionamento da palheta.....	18
3.2.4. Tomada de dados.	20

3.3. Redução dos Dados	21
3.4. Incerteza de Medição	23
4. ESCOAMENTO PARA BAIXOS NÚMEROS DE REYNOLDS	27
4.1. Introdução	27
4.2. Formulação do Problema	27
4.3. Metodologia de Solução.	32
4.4. Discretização das Equações.	34
4.4.1. Equação da conservação da massa.	35
4.4.2. Equação de Navier-Stokes na direção circunferencial, θ	36
4.4.3. Equação de Navier-Stokes na direção radial, r	38
4.4.4. Equação de Navier-Stokes na direção axial, η	40
4.4.5. Acoplamento entre pressão e velocidade.....	41
4.5. Malha Computacional.	42
4.6. Comparação entre os Esquemas Convectivos.....	44
4.7. Validação da Solução Numérica.....	48
4.7.1. Comparação com solução analítica.	48
4.7.2. Comparação com resultados experimentais	49
5. RESULTADOS NUMÉRICOS.....	66
5.1. Introdução	66
5.2. Perfil Radial de Pressão sobre a Palheta.	67
5.3. Força Adimensional sobre a Palheta.	71
5.4. Parâmetros de Eficiência.	73
5.4.1 Área efetiva de escoamento.	73
5.4.2 Área efetiva de força.....	75
5.5. Campo de Velocidade.	77
5.6. Campo de Pressão	83
6. CONCLUSÃO.....	87
7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	89

APÊNDICE I - MEDIDOR DE VAZÃO	92
I.1. Características Construtivas do Medidor de Vazão	92
I.1.1. Dimensionamento da placa de orifício.....	93
I.1.2. Dimensionamento das tomadas de pressão.....	93
I.2. Centragem e Montagem da Placa de Orifício	94
I.3. Aferição do Medidor de Vazão.....	95
APÊNDICE II - ANÁLISE DA INCERTEZA DE MEDIÇÃO	96
II.1. Incerteza Associada à Medição dos Parâmetros Primários	96
II.2. Incerteza Associada à Determinação dos Parâmetros Dependentes	98
II.2.1. Incerteza associada à medição da massa específica do ar, ρ_p	98
II.2.2. Incerteza associada à medição da viscosidade absoluta ar, μ	98
II.2.3. Incerteza associada à medição do fluxo de massa, \dot{m}	98
II.2.4. Incerteza associada à medição da velocidade média, w	100
II.2.5. Incerteza associada à medição da pressão adimensional, ρ_p^*	101
II.2.6. Incerteza associada à medição do número de Reynolds, $d(Re)$	101
APÊNDICE III - TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS	103
APÊNDICE IV - DISCRETIZAÇÃO DAS EQ. COM O ESQUEMA QUICK	107

RESUMO

O presente trabalho refere-se a uma análise numérica, com validação experimental, do escoamento laminar, incompressível e isotérmico de ar em difusores radiais onde o disco frontal é inclinado. Este estudo tem sua motivação no aprimoramento do modelo de laboratório para sistemas de válvulas de compressores de refrigeração.

No procedimento experimental apresentam-se, detalhadamente, a especificação de todos os equipamentos utilizados, a descrição da bancada, a metodologia usada durante a tomada de dados e suas reduções.

As equações governantes, escritas com uma transformação de coordenadas na direção axial, são solucionadas pelo método dos volumes finitos. O acoplamento entre pressão e velocidade é resolvido pelo algoritmo SIMPLE e os esquemas convectivos QUICK e Lei de Potência são testados.

A validação do modelo numérico é realizada através da comparação do perfil radial de pressão sobre o disco frontal com uma solução analítica para difusor radial com discos paralelos, e também, com resultados experimentais para o próprio difusor.

Resultados de distribuição de pressão, força sobre a palheta e áreas efetivas de força e escoamento são apresentados a fim de se determinar a influência do afastamento entre os discos, do número de Reynolds e da inclinação do disco frontal sobre o escoamento. Além disso, são mostradas algumas características do campo de velocidade e plotam-se alguns gráficos de campos de pressão no interior do difusor.

A inclinação do disco frontal altera significativamente os campos de velocidade e pressão, porém, os parâmetros globais como força e áreas efetivas de força e escoamento não são grandemente alterados. Para determinadas combinações do número de Reynolds, do afastamento e da inclinação entre os discos, a distribuição de pressão apresenta regiões de pressão negativa que tende a succionar o disco frontal, e também, um momento resultante que tende a deixar os discos paralelos.

ABSTRACT

This work deals with an experimentally validated numerical analysis of the incompressible laminar and isothermal flow in concentric radial diffusers where the frontal disc is not perpendicular to the feeding flow. The motivation for the work comes from the need to upgrading the laboratory model used to simulate the flow through valves systems in refrigerating compressors.

The specification of all the equipment, the description of the experimental set up and the methodology used for data acquisition and processing are detailed in the section experimental procedures.

The governing equations for an axially transformed coordinate system are solved by the method of finite volumes. The coupling between pressure and velocity is solved using the SIMPLE algorithm. An analyses of truncation error is executed with the aid of results obtained with convectives schemes such as QUICK and PLDS.

The validation of the numerical model is mainly performed by means of the direct comparison of various experimental radial pressure profiles along the symmetrical axis and also the comparison with the analytical solution for low Reynolds number and small parallel gaps.

The characteristics of the three-dimensional flow field with respect to the gap between discs, the flow Reynolds number and the inclination of the frontal disc are analyzed through the radial pressure profiles, the force on the frontal disc and the effective flow and force areas. Some plots of the velocity flow fields and the pressure fields are also presented.

The velocity flow field and the pressure field on the frontal and back discs are significantly modified when the frontal disc is inclined with respect to the flow, although the integral parameters such as the dimensionless force on the frontal disc, the effective flow and force areas are only slightly modified with respect to the parallel case. For some combinations of Reynolds number, gap distances and inclinations between discs the pressure distribution showed regions of negative pressures which tend to pull the frontal disc towards the valve seat and also a resulting moment which tends to make the discs parallel to each other.

LISTA DE FIGURAS

Fig. 1.1 - Esquema de um compressor de deslocamento positivo	2
Fig. 1.2 - Difusor radial concêntrico com palheta paralela.....	4
Fig. 1.3 - Difusor radial excêntrico com palheta paralela.....	5
Fig. 1.4 - Difusor radial concêntrico com palheta inclinada	5
Fig. 2.1 - Esquema da bancada de testes.....	7
Fig. 2.2 - Seção de testes	9
Fig. 2.3 - Fixação do assento na tubulação	9
Fig. 2.4 - Esquema da palheta	10
Fig. 2.5 - Sistema para posicionamento da palheta.....	11
Fig. 2.6 - Sensibilidade do escoamento com o afastamento	12
Fig. 3.1 - Determinação do afastamento zero.....	19
Fig. 4.1 - Sistema de válvula com palheta engastada utilizada em compressores de refrigeração.....	27
Fig. 4.2 - Geometria do escoamento.....	28
Fig. 4.3 - Efeito da transformação de coordenadas	29
Fig. 4.4 - Domínio de cálculo	31
Fig. 4.5 - Volume de controle para a integração das equações de conservação.....	34
Fig. 4.6 - Arranjo dos volumes de controle.....	35
Fig. 4.7 - Malha computacional nas direções r e η	43
Fig. 4.8 - Malha computacional nas direções r e θ	44
Fig. 4.9 - Comparação entre os resultados numéricos utilizando-se os esquemas convectivos Quick e Lei de Potência para $Re=1500$, $s_c=0,02$ e $\alpha=0,0^\circ$	45
Fig. 4.10 - Comparação entre os resultados numéricos utilizando-se os esquemas convectivos Quick e Lei de Potência para $Re=1500$, $s_c=0,029$ e $\alpha=0,5^\circ$	46
Fig. 4.11 - Posição dos perfis de velocidade	46

Fig. 4.12 - Comparação de velocidades ao longo da direção radial previstas pelos dois esquemas convectivos para $Re=1500$, $s_c/d=0,02$ e $\alpha=0,0^\circ$	47
Fig. 4.13 - Comparação de velocidades ao longo da direção axial previstas pelos dois esquemas convectivos para $Re=1500$, $s_c/d=0,02$ e $\alpha=0,0^\circ$	47
Fig. 4.14 - Comparação entre a solução analítica e a numérica para $Re=70$, $s_c/d=0,01$ e $\alpha=0,0^\circ$	49
Fig. 4.15 - Comparação resultados numérico e experimental para $Re=1004$, $s_c/d=0,0118$ e $\alpha=0,0^\circ$	50
Fig. 4.16 - Comparação resultados numérico e experimental para $Re=1505$, $s_c/d=0,0119$ e $\alpha=0,0^\circ$	50
Fig. 4.17 - Comparação resultados numérico e experimental para $Re=2008$, $s_c/d=0,0119$ e $\alpha=0,0^\circ$	51
Fig. 4.18 - Comparação resultados numérico e experimental para $Re=2505$, $s_c/d=0,0120$ e $\alpha=0,0^\circ$	51
Fig. 4.19 - Comparação resultados numérico e experimental para $Re=1499$, $s_c/d=0,0119$ e $\alpha=0,1^\circ$	52
Fig. 4.20 - Comparação resultados numérico e experimental para $Re=1993$, $s_c/d=0,0120$ e $\alpha=0,1^\circ$	52
Fig. 4.21 - Comparação resultados numérico e experimental para $Re=1504$, $s_c/d=0,0119$ e $\alpha=0,2^\circ$	53
Fig. 4.22 - Comparação resultados numérico e experimental para $Re=2005$, $s_c/d=0,0120$ e $\alpha=0,2^\circ$	53
Fig. 4.23 - Comparação resultados numérico e experimental para $Re=1521$, $s_c/d=0,0119$ e $\alpha=0,3^\circ$	54
Fig. 4.24 - Comparação resultados numérico e experimental para $Re=1502$, $s_c/d=0,0201$ e $\alpha=0,0^\circ$	54
Fig. 4.25 - Comparação resultados numérico e experimental para $Re=2003$, $s_c/d=0,0202$ e $\alpha=0,0^\circ$	55

Fig. 4.26 - Comparação resultados numérico e experimental para $Re=2500$, $s_c/d=0,0202$ e $\alpha=0,0^\circ$	55
Fig. 4.27 - Comparação resultados numérico e experimental para $Re=1015$, $s_c/d=0,0201$ e $\alpha=0,1^\circ$	56
Fig. 4.28 - Comparação resultados numérico e experimental para $Re=1505$, $s_c/d=0,0201$ e $\alpha=0,1^\circ$	56
Fig. 4.29 - Comparação resultados numérico e experimental para $Re=2007$, $s_c/d=0,0201$ e $\alpha=0,1^\circ$	57
Fig. 4.30 - Comparação resultados numérico e experimental para $Re=2506$, $s_c/d=0,0201$ e $\alpha=0,1^\circ$	57
Fig. 4.31 - Comparação resultados numérico e experimental para $Re=1511$, $s_c/d=0,0201$ e $\alpha=0,2^\circ$	58
Fig. 4.32 - Comparação resultados numérico e experimental para $Re=2008$, $s_c/d=0,0201$ e $\alpha=0,2^\circ$	58
Fig. 4.33 - Comparação resultados numérico e experimental para $Re=1001$, $s_c/d=0,0201$ e $\alpha=0,3^\circ$	59
Fig. 4.34 - Comparação resultados numérico e experimental para $Re=1503$, $s_c/d=0,0201$ e $\alpha=0,3^\circ$	59
Fig. 4.35 - Comparação resultados numérico e experimental para $Re=2004$, $s_c/d=0,0201$ e $\alpha=0,3^\circ$	60
Fig. 4.36 - Comparação resultados numérico e experimental para $Re=1006$, $s_c/d=0,0201$ e $\alpha=0,4^\circ$	60
Fig. 4.37 - Comparação resultados numérico e experimental para $Re=1502$, $s_c/d=0,0201$ e $\alpha=0,4^\circ$	61
Fig. 4.38 - Comparação resultados numérico e experimental para $Re=1007$, $s_c/d=0,0201$ e $\alpha=0,6^\circ$	61
Fig. 4.39 - Comparação resultados numérico e experimental para $Re=1501$, $s_c/d=0,0201$ e $\alpha=0,6^\circ$	62

Fig. 4.40 - Comparação resultados numéricos e experimental para $Re=1505$, $s_c/d=0,0119$ e $\alpha=0,0^\circ$, incluindo a incerteza de medição no afastamento	63
Fig. 4.41 - Comparação resultados numéricos e experimental para $Re=1501$, $s_c/d=0,0201$ e $\alpha=0,6^\circ$, incluindo a incerteza de medição no afastamento	63
Fig. 4.42 - Comparação resultados numérico (Lei de Potência) e experimental para $Re=2515$, $s_c/d=0,0202$ e $\alpha=0,5^\circ$	64
Fig. 4.43 - Comparação resultados numérico (Lei de Potência) e experimental para $Re=2004$, $s_c/d=0,0202$ e $\alpha=0,6^\circ$	65
Fig. 5.1 - Perfis adimensionais de pressão para $s_c/d=0,01$ e $Re = 500$	67
Fig. 5.2 - Perfis adimensionais de pressão para $s_c/d=0,02$ e $Re = 500$	68
Fig. 5.3 - Perfis adimensionais de pressão para $s_c/d=0,03$ e $Re = 500$	68
Fig. 5.4 - Perfis adimensionais de pressão para $s_c/d=0,01$ e $Re = 1500$	69
Fig. 5.5 - Perfis adimensionais de pressão para $s_c/d=0,02$ e $Re = 1500$	69
Fig. 5.6 - Perfis adimensionais de pressão para $s_c/d=0,03$ e $Re = 1500$	70
Fig. 5.7 - Força adimensional sobre a palheta para $s_c/d=0,01$	71
Fig. 5.8 - Força adimensional sobre a palheta para $s_c/d=0,02$	72
Fig. 5.9 - Força adimensional sobre a palheta para $s_c/d=0,03$	72
Fig. 5.10 - Área efetiva de escoamento adimensional para $s_c/d=0,01$	74
Fig. 5.11 - Área efetiva de escoamento adimensional para $s_c/d=0,02$	74
Fig. 5.12 - Área efetiva de escoamento adimensional para $s_c/d=0,03$	75
Fig. 5.13 - Área efetiva de força adimensional para $s_c/d=0,01$	76
Fig. 5.14 - Área efetiva de força adimensional para $s_c/d=0,02$	76
Fig. 5.15 - Área efetiva de força adimensional para $s_c/d=0,03$	77
Fig. 5.16 - Posição dos campos de velocidade no difusor	77
Fig. 5.17 - Campo de velocidade para $s_c/d=0,01$, $Re = 1500$, $\alpha=0,1^\circ$ e $\theta = \pi$	78
Fig. 5.18 - Campo de velocidade para $s_c/d=0,01$, $Re = 1500$, $\alpha=0,1^\circ$ e $\theta = 0$	78
Fig. 5.19 - Campo de velocidade para $s_c/d=0,02$, $Re = 1500$, $\alpha=0,6^\circ$ e $\theta = \pi$	79
Fig. 5.20 - Campo de velocidade para $s_c/d=0,02$, $Re = 1500$, $\alpha=0,6^\circ$ e $\theta = 0$	79

Fig. 5.21 - Comprimento de separação para $s_C/d=0,01$ e $Re = 500$	80
Fig. 5.22 - Comprimento de separação para $s_C/d=0,01$ e $Re = 1500$	81
Fig. 5.23 - Comprimento de separação para $s_C/d=0,02$ e $Re = 500$	81
Fig. 5.24 - Comprimento de separação para $s_C/d=0,02$ e $Re = 1500$	82
Fig. 5.25 - Comprimento de separação para $s_C/d=0,03$ e $Re = 500$	82
Fig. 5.26 - Comprimento de separação para $s_C/d=0,03$ e $Re = 1500$	83
Fig. 5.27 - Campo de pressão sobre a palheta para $s_C/d=0,02$, $Re = 1500$ e $\alpha=0,2^\circ$	84
Fig. 5.28 - Campo de pressão sobre o assento para $s_C/d=0,02$, $Re = 1500$ e $\alpha=0,2^\circ$	84
Fig. 5.29 - Campo de pressão sobre a palheta para $s_C/d=0,02$, $Re = 1500$ e $\alpha=0,4^\circ$	85
Fig. 5.30 - Campo de pressão sobre o assento para $s_C/d=0,02$, $Re = 1500$ e $\alpha=0,4^\circ$	85
Fig. 5.31 - Campo de pressão sobre a palheta para $s_C/d=0,02$, $Re = 1500$ e $\alpha=0,6^\circ$	86
Fig. 5.32 - Campo de pressão sobre o assento para $s_C/d=0,02$, $Re = 1500$ e $\alpha=0,6^\circ$	86
Fig. 1.1 - Detalhe do orifício de canto arredondado	92
Fig. I.2 - Tomadas de pressão.....	94
Fig. I.3 - Aferição da placa de orifício.....	95
Fig. IV.1 - Volume de controle típico para uma situação unidimensional.....	107
Fig. IV.2 - Comparação entre resultados obtidos com coeficientes de interpolação para malha uniforme e não uniforme.....	110

LISTA DE TABELAS

Tab. 2.1 - Deformação do sistema de posicionamento da palheta para diversos afastamentos e números de Reynolds.....	13
Tab. 3.1 - Valores característicos das variáveis medidas no experimento e suas respectivas incertezas de medição para $Re=1506$, $s_c/d=0,01$ e $\alpha=0,0^\circ$	24
Tab. 3.2 - Valores característicos das variáveis medidas no experimento e suas respectivas incertezas de medição para $Re=1997$, $s_c/d=0,02$ e $\alpha=0,2^\circ$	25
Tab. 3.3 - Valores característicos das variáveis medidas no experimento e suas respectivas incertezas de medição para $Re=2495$, $s_c/d=0,02$ e $\alpha=0,0^\circ$	26
Tab. 5.1 - Valores das inclinações utilizadas na obtenção dos resultados numéricos	66
Tab. II.1 - Incerteza associada à medição dos parâmetros primários	97

SIMBOLOGIA

A_{ee}	Área efetiva de escoamento
A_{ef}	Área efetiva de força
C	Coefficiente de descarga do medidor de vazão
d	Diâmetro do orifício de passagem
D	Diâmetro da palheta
d_{or}	Diâmetro do orifício medidor de vazão
Dp_v	Diferencial de pressão através do difusor
E	Fator de velocidade de aproximação para o medidor de vazão
F	Força dimensional sobre a palheta
F_a	Fator de dilatação térmica para o medidor de vazão
F_{ad}	Força adimensional sobre a palheta
g	Aceleração da gravidade ($9,81 \text{ m/s}^2$)
k	c_p/c_v para o ar (1,4)
L_m	Leitura no manômetro
L	Comprimento do orifício de passagem
L_t	Comprimento da tubulação
\dot{m}	Fluxo de massa do escoamento
M	Massa molecular do ar (28,98 kg/kg-mol)
p	Pressão
p^*	Pressão adimensional
p_{atm}	pressão atmosférica
p_u	Pressão absoluta a montante do difusor
p_1	Pressão absoluta a montante do medidor de vazão
p_2	Pressão absoluta a jusante do medidor de vazão
r	Posição radial sobre a palheta

r, θ, z	Coordenadas do sistema cilíndrico
r, θ, η	Coordenadas do sistema transformado
\bar{R}	Constante universal dos gases (8314,3 J/kg-mol K)
Re	Número de Reynolds no orifício de passagem
s_c	Afastamento central entre palheta e assento
s_{co}	Afastamento central na posição de referência
s_{cor}	Deformação do sistema de posicionamento da palheta
s_{ct}	Afastamento central para cada teste
s_r	Afastamento na posição de referência
T_{amb}	Temperatura ambiente
u	Componente da velocidade na direção circunferencial
v	Componente da velocidade na direção radial
w	Componente da velocidade na direção axial
\bar{w}	Velocidade média no orifício de passagem
x_c	Leitura do relógio comparador durante o teste
x_o	Leitura do relógio comparador na posição de referência
α	Ângulo de inclinação da palheta
α_{max}	Ângulo máximo de inclinação da palheta para um determinado afastamento
β	Relação entre o diâmetro do orifício medidor de vazão e o diâmetro da tubulação
δ	Afastamento entre assento e palheta em função da posição
Δp	Diferencial de pressão através do medidor de vazão
ϵ	Fator de expansão isentrópica para o medidor de vazão
μ	viscosidade absoluta do ar
ρ	Massa específica do ar

1. INTRODUÇÃO

Os sistemas de refrigeração por compressão mecânica de vapores são utilizados em ampla escala e em diversas aplicações na sociedade. Nestes sistemas o componente responsável pelo bombeamento do fluido refrigerante através do circuito de refrigeração é o compressor. O aumento de eficiência deste equipamento reflete diretamente na diminuição do consumo de energia, para a mesma capacidade de refrigeração, tornando-o mais competitivo no mercado consumidor.

Durante o funcionamento de um compressor inúmeros processos físicos ocorrem simultaneamente, tais como: compressão do fluido refrigerante, lubrificação e troca de calor em seus componentes, dinâmica do sistema de válvulas, entre outros. A disponibilidade de computadores de grande velocidade e elevada capacidade de memória permite a simulação de alguns destes processos, podendo ser utilizada como uma excelente ferramenta de auxílio ao projetista.

Grande parte dos compressores fabricados atualmente é do tipo alternativo, onde a compressão é realizada pelo deslocamento linear e alternado de um pistão. Geralmente, estes compressores utilizam válvulas automáticas onde o escoamento do fluido refrigerante promove sua movimentação. A Fig. 1.1 ilustra o esquema de um compressor de deslocamento positivo apresentando o sistema de acionamento, o sistema de válvulas e as câmaras de compressão, sucção e descarga.

As válvulas de sucção e descarga são responsáveis pela retenção e passagem do gás da câmara de sucção para o cilindro e, do cilindro para a câmara de descarga, respectivamente. Elas devem possuir resposta dinâmica adequada, baixa perda de carga e restringir ao máximo o refluxo de gás. O correto dimensionamento do sistema de válvulas é de fundamental importância na eficiência do compressor.

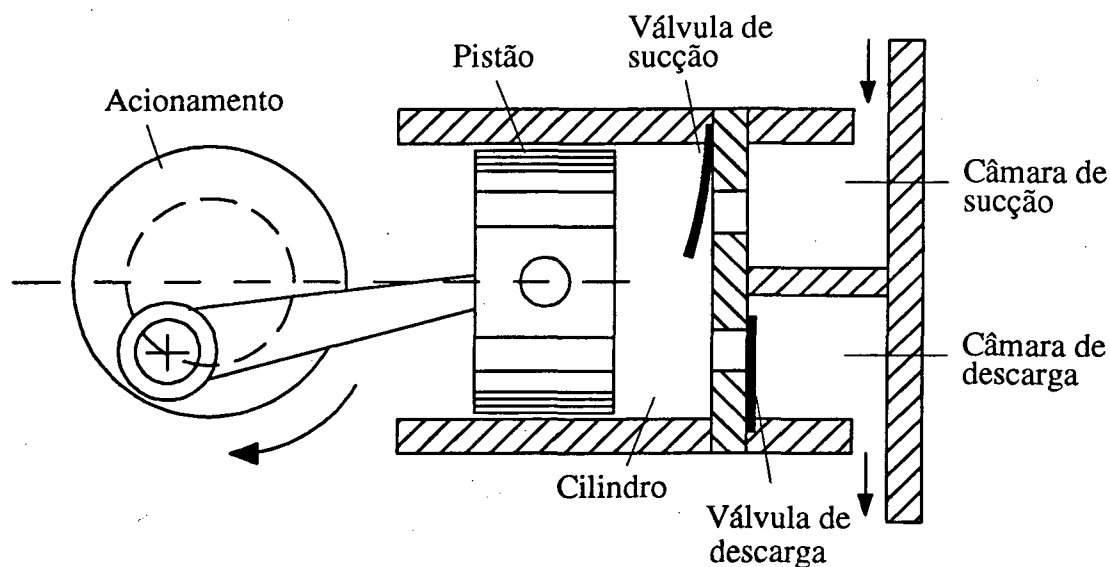


Figura 1.1 - Esquema de um compressor de deslocamento positivo

A abertura e o fechamento das válvulas são comandados pelas diferenças de pressão entre o cilindro e as câmaras de sucção e descarga, provenientes da movimentação do gás. Desta forma, torna-se importante o conhecimento do escoamento e da influência dos parâmetros físicos em seu comportamento.

A análise de escoamentos em válvulas tais como são encontrados na realidade é muito complexa. Assim, modelos simplificados como difusores radiais constituem a base para esta investigação. Os difusores radiais também são aplicados na análise do desempenho de mancais de escora.

A seguir é apresentada uma revisão bibliográfica referente a escoamento em difusores radiais.

Anterior a 1956, algumas soluções teóricas foram obtidas para a distribuição de pressão no difusor. Para revisão destas soluções recomenda-se o trabalho de Woolard [01]. Neste trabalho, Woolard determina a distribuição teórica de pressão para o escoamento laminar e viscoso em um difusor radial no qual as superfícies se desviam levemente de um plano, utilizando o método integral na solução das equações do movimento.

Livesey [02] resolveu, para o caso de discos paralelos, a equação do movimento na direção radial com o objetivo de verificar a influência dos termos de inércia.

Uma análise teórica e experimental do escoamento radial, incompressível de ar em regime laminar e turbulento, entre discos paralelos é apresentada por Moller [03], que obteve soluções aproximadas para a distribuição de pressão. As equações foram resolvidas pelo método integral.

Outra solução teórica para o mesmo problema investigado por Livesey foi obtida por Savage [04], que utilizou séries de potência para resolver as equações de Navier-Stokes.

Jackson & Symmons [05] fizeram uma análise experimental da distribuição de pressão sobre o disco superior. O modelo teórico envolve a substituição sucessiva de perfis de velocidade obtidos por modelos simplificados. Comentários foram feitos sobre a instabilidade do escoamento em função da presença de gradientes adversos de pressão.

Killman [06] calcula a distribuição de pressão sobre o disco superior considerando o escoamento incompressível, em regime permanente e livre de perdas. A camada limite não é considerada e o atrito nas paredes é introduzido através de um fator de atrito.

Um estudo numérico e experimental do escoamento laminar em impactores de aerosol para as geometrias retangular e plana é apresentado por Marple e outros [07]. Neste trabalho foram obtidos resultados para linhas de fluxo e comparados com resultados experimentais obtidos por uma técnica de visualização do escoamento.

Hayashi e outros [08] resolveram numericamente o escoamento por diferenças finitas utilizando o método da relaxação iterativa. Foi derivada uma fórmula aproximada para a força exercida pelo escoamento sobre o disco superior, ajustando-se bem aos resultados experimentais.

Raal [09] resolveu a equação do movimento, na forma de transporte e vorticidade, pelo método de diferenças finitas e observou a ocorrência de separação do escoamento para números de Reynolds superiores a 60.

Wark & Foss [10] investigaram a força resultante sobre o disco de impacto no escoamento entre dois discos paralelos. O estudo é feito para baixos números de Reynolds e os resultados são comparados com formulações analíticas de outros autores.

Driessen e Ferreira [11] analisaram experimentalmente o escoamento em diversas geometrias de difusores radiais medindo parâmetros de eficiência como áreas efetivas de escoamento e força.

Todescat [12] resolveu numericamente, pelo método dos volumes finitos, a transferência de calor em difusores radiais, considerando o disco frontal adiabático. A validação da solução numérica foi realizada experimentalmente usando a analogia entre transferência de calor e massa através da técnica de sublimação do naftaleno.

Deschamps [13] analisou numericamente, com validação experimental, o escoamento laminar, incompressível e isotérmico de ar em difusores radiais. A geometria de sua análise foi um difusor radial composto de dois discos paralelos e concêntricos, sendo que em um deles há um orifício de passagem do fluido, conforme ilustra a Fig. 1.2. O disco superior é análogo à palheta no sistema de válvulas.

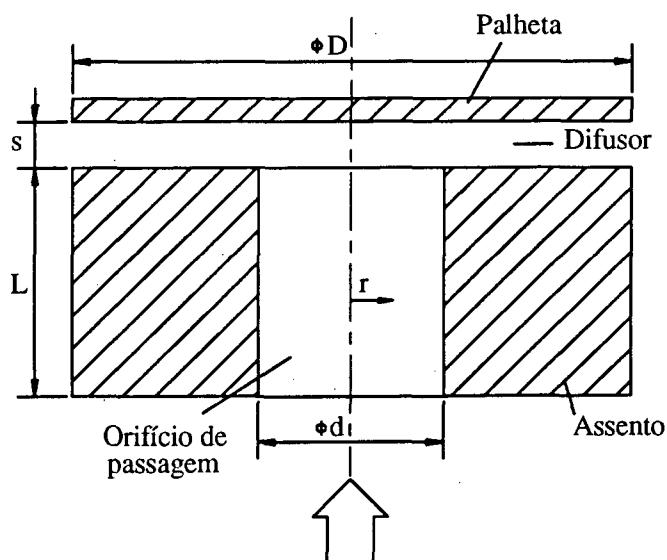


Figura 1.2 - Difusor radial concêntrico com palheta paralela

Com o intuito de aperfeiçoar a modelação do escoamento na válvula, tornando-o mais próximo da situação real da maioria dos sistemas de válvulas de compressores de refrigeração, Gasche [14] analisou numericamente, com validação experimental, o escoamento laminar, incompressível e isotérmico de ar em difusores radiais excêntricos. A Fig. 1.3 ilustra a geometria estudada por Gasche.

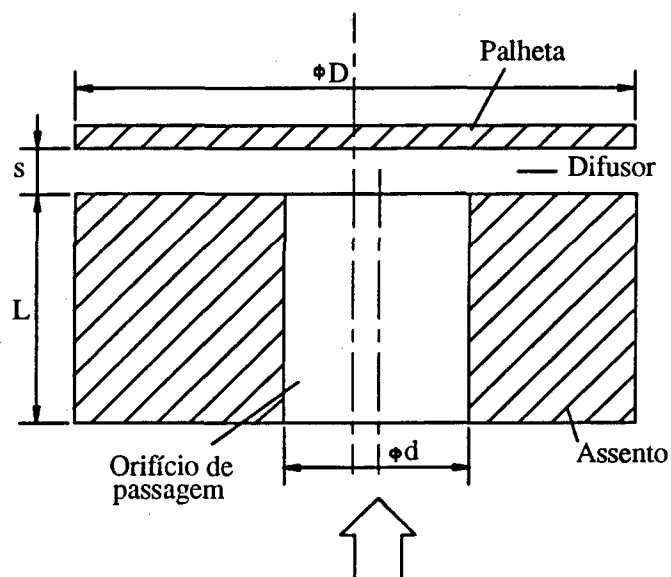


Figura 1.3 - Difusor radial excêntrico com palheta paralela

Seguindo a mesma linha de pesquisa em busca do aprimoramento do modelo de laboratório para válvulas de compressores, propõe-se, neste trabalho, a análise do escoamento de ar através de difusores radiais em que os discos são concêntricos, porém, a palheta é inclinada, como ilustra a Fig. 1.4.

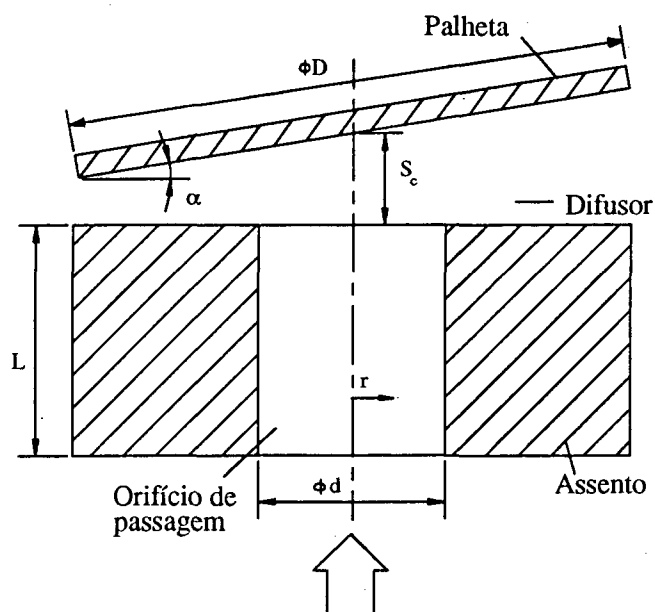


Figura 1.4 - Difusor radial concêntrico com palheta inclinada

Nesta situação o fluido escoar preferencialmente pela região de maior afastamento gerando gradientes de velocidade na direção circunferencial. Este fator conduz a uma distribuição de pressão assimétrica sobre a palheta e o escoamento torna-se tridimensional.

O presente trabalho tem como objetivo principal a análise numérica, com validação experimental, do escoamento laminar, incompressível, isotérmico e em regime permanente de ar em difusores radiais concêntricos com palheta inclinada. As equações governantes são resolvidas pelo método dos volumes finitos. Os resultados numéricos são para números de Reynolds iguais a 500 e 1500, afastamentos adimensionais centrais entre os discos iguais a 0,01, 0,02 e 0,03 e inclinações inferiores a $1,0^\circ$.

A bancada experimental e seus componentes são descritos detalhadamente. Da mesma forma, são apresentados o procedimento experimental e a redução dos dados aos parâmetros de interesse para a caracterização do escoamento.

A análise dos resultados mostra grande sensibilidade do campo de pressão sobre a palheta em relação ao afastamento entre os discos, ao número de Reynolds e à inclinação da palheta.

2. BANCADA EXPERIMENTAL

2.1. Introdução

A seguir é apresentada a bancada de testes onde são medidos os dados experimentais, incluindo seus aspectos construtivos e a instrumentação utilizada.

2.2. Descrição Geral do Aparato Experimental

A bancada é formada por dois tubos de alumínio com diâmetro interno, d , igual a 34,9 mm, diâmetro externo igual a 38,1 mm e comprimento de 2000 mm unidos por flanges de alumínio soldados aos tubos, um elemento deprimogênio para a medição de vazão do tipo placa de orifício, mesa rígida, equipamentos de medição e reservatórios para armazenamento de ar comprimido conforme ilustra a Fig. 2.1.

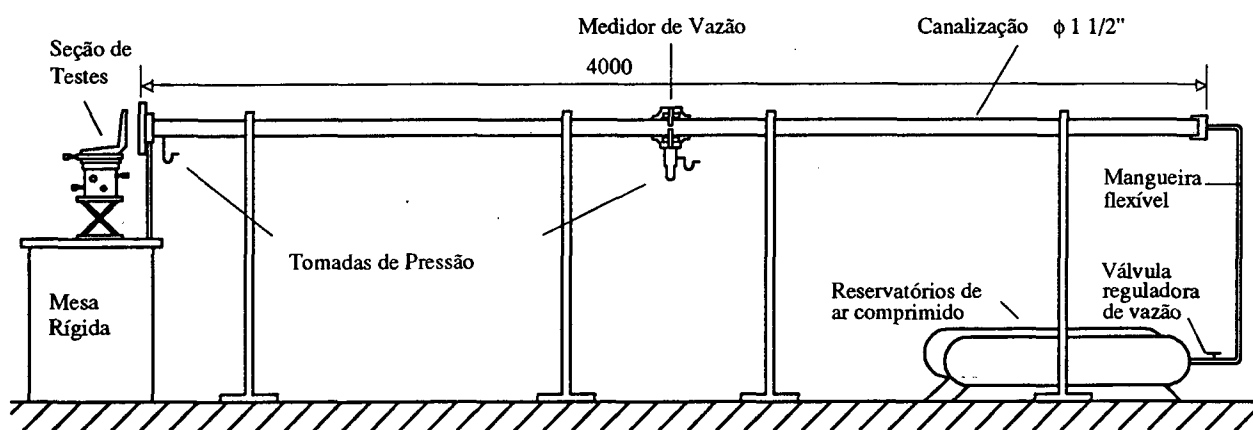


Figura 2.1 - Esquema da bancada de testes

O fluido de trabalho utilizado nos experimentos é o ar comprimido, pela facilidade de obtenção e manuseio e um compressor alternativo de dois estágios, marca Wayne, modelo W7208-H, série 2647, com pressão máxima de 1,2 MPa é utilizado para seu fornecimento, sendo armazenado em dois reservatórios de 450 l de capacidade, cada um.

Na saída dos reservatórios é colocada uma válvula reguladora de vazão marca Festo, tipo 2103 GR-3/4, série 985R a qual permite controle preciso sobre a vazão de ar que atravessa a tubulação durante o experimento. Esta válvula é conectada à tubulação de alumínio através de uma mangueira flexível para evitar que vibrações geradas pelo compressor sejam transmitidas à seção de testes.

O comprimento da tubulação, L_t , respeita a relação $L_t \geq 50d$ para possibilitar que o escoamento chegue plenamente desenvolvido no medidor de vazão. Esta mesma relação é mantida na seção que liga o medidor de vazão à seção de testes. O medidor de vazão, cujas características construtivas são apresentadas no Apêndice I, foi projetado conforme as recomendações da BRITISH STANDARD 1042 e aferido em relação a um medidor de fluxo de massa do tipo Coriolis, marca Micro Motion, modelo D6 e vazão máxima de 15 kg/h. O procedimento e resultados da aferição também são apresentados no Apêndice I.

Os flanges que unem os dois tubos possuem fendas anelares que funcionam como câmaras piezométricas auxiliando na estabilidade das leituras de pressão e constituem as tomadas de pressão do tipo "tomadas em canto". As câmaras piezométricas são ligadas por mangueiras flexíveis a transdutores indutivos de pressão diferencial utilizados na medição da vazão.

Próxima à seção de testes existe uma tomada de pressão ligada a um manômetro de água do tipo tubo em "U". Esta pressão é utilizada no cálculo da massa específica do ar.

Com exceção da palheta, feita em aço inoxidável, todas as peças foram construídas em alumínio. Estes dois materiais possibilitam excelente acabamento superficial e estabilidade quanto à corrosão.

2.3. Seção de Testes

A seção de testes compreende o difusor radial, mesa para posicionamento da palheta e equipamentos para medição do afastamento entre palheta e assento conforme ilustra a Fig. 2.2.

O diâmetro do orifício é igual ao diâmetro interno do tubo de alumínio eliminando-se

qualquer tipo de contração ou expansão abrupta que possa vir a perturbar o escoamento. A relação utilizada nos testes para diâmetro do orifício e diâmetro da palheta, D , é $D/d = 3$.

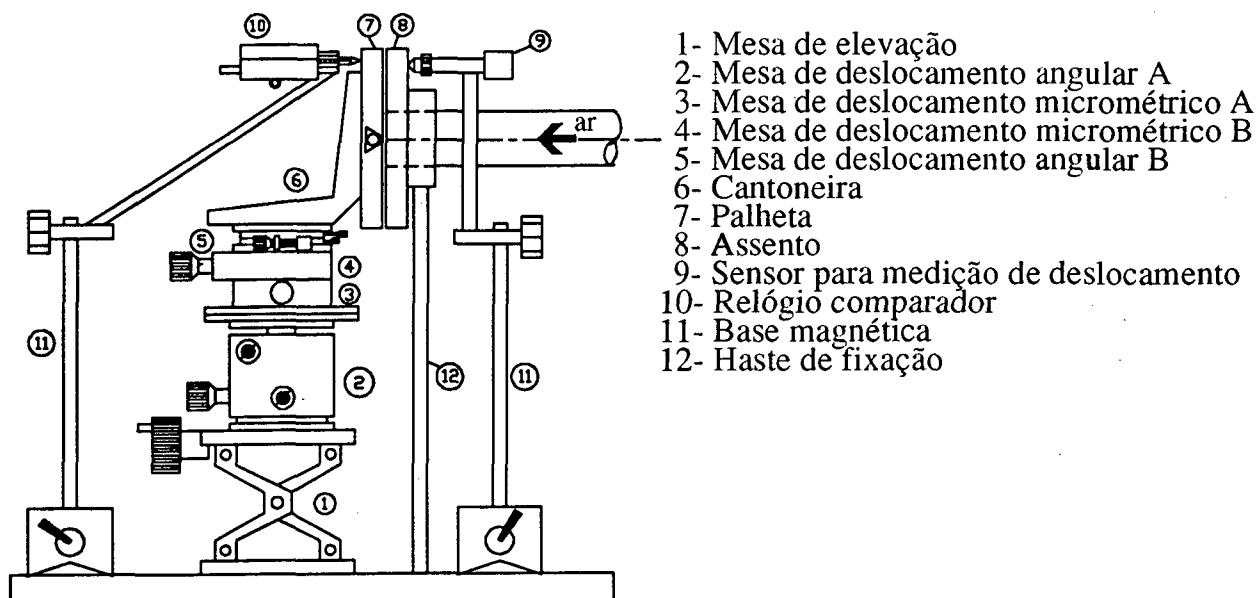


Figura 2.2 - Seção de Testes

2.3.1. Assento

O assento possui diâmetro interno de 34,9 mm, diâmetro externo de 104,7 mm e comprimento de 30 mm sendo projetado com um encaixe externo ao tubo conforme ilustra a Fig.

2.3.

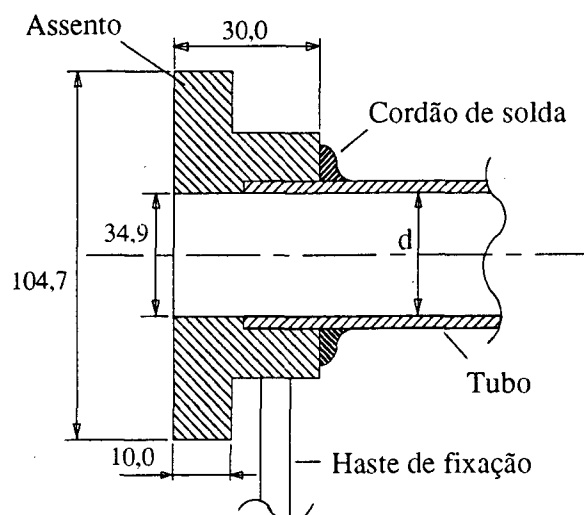


Figura 2.3 - Fixação do assento na tubulação

Com este encaixe fica assegurado o perpendicularismo entre a face externa do assento e a linha de centro do tubo. Um cordão de solda fornece a fixação no tubo e uma haste metálica prende o assento à mesa rígida.

2.3.2. Palheta

A palheta possui um diâmetro externo de 104,7 mm igual ao diâmetro externo do assento e é fabricada em aço inoxidável. Suas superfícies são retificadas, possuindo excelente acabamento superficial e planicidade da ordem de $\pm 10 \mu\text{m}$ para evitar perturbações ao escoamento. A Fig. 2.4 ilustra um esquema da palheta.

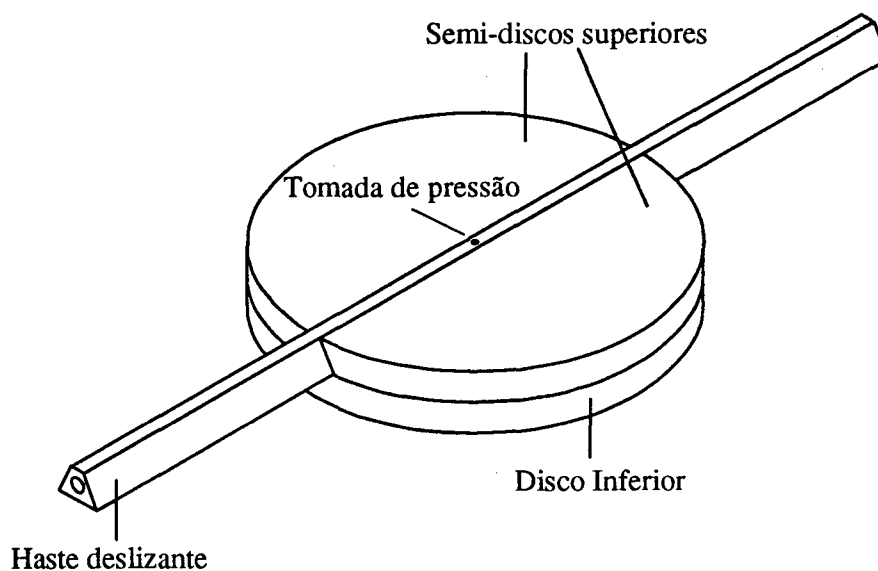


Figura 2.4 - Esquema da palheta

Ela é composta por um disco onde são fixados por parafusos dois semi-discos chanfrados. Entre eles é montada uma haste que possui liberdade para movimentar-se ao longo do diâmetro da palheta, no rasgo formado pelos semi-discos. Esta haste possui suas superfícies externas retificadas e funciona como um cursor devendo ser ajustada de forma a deslizar suavemente sem, no entanto, possuir folga demasiada. Vaselina líquida é utilizada como lubrificante na folga existente auxiliando o deslizamento do cursor e impedindo possíveis vazamentos.

No centro do cursor existe um orifício de 0,7 mm de diâmetro que é utilizado como tomada de pressão. Este orifício é ligado a uma das extremidades do cursor por um furo de 2 mm de diâmetro e por fim conectada a um transdutor indutivo de pressão. A outra extremidade do cursor é conectada a um transdutor indutivo de deslocamento que é responsável pela leitura da posição radial instantânea da tomada de pressão. Com a leitura destas duas variáveis é possível obter-se uma distribuição de pressão praticamente contínua sobre a palheta.

2.3.3. Sistema para posicionamento da palheta

O conhecimento preciso da posição da palheta em relação ao assento bem como sua mobilidade são fatores importantes neste experimento. Para tanto, faz-se uso do conjunto de mesas de deslocamento apresentadas na Fig. 2.5 que devem ser manuseadas cuidadosamente e permitem, devido a sua precisão de movimento, um bom ajuste do paralelismo e concentricidade entre palheta e assento.

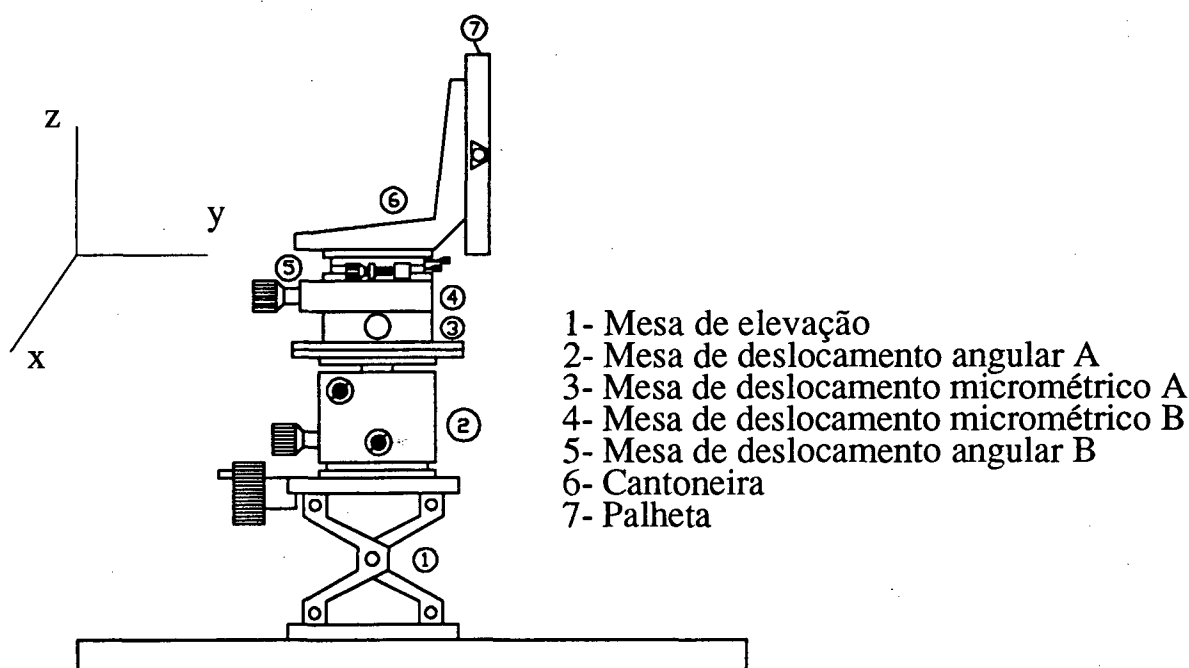


Figura 2.5 - Sistema para posicionamento da palheta

A mesa de elevação permite o deslocamento da palheta na direção do eixo z enquanto as mesas de deslocamento micrométrico A e B permitem deslocamentos nas direções dos eixos x e y. A rotação em torno deles é fornecida pela mesa de deslocamento angular A. O ângulo de inclinação da palheta, α , é medido através da mesa de deslocamento angular B.

Os diversos componentes deste sistema são unidos entre si por meio de parafusos.

2.3.4. Sistema para controle do afastamento entre assento e palheta

Os gradientes de pressão existentes neste tipo de escoamento são muito sensíveis ao afastamento existente entre palheta e assento, principalmente quando este é pequeno, como ilustra a Fig. 2.6 que apresenta resultados experimentais para três afastamentos distintos. A diferença entre cada um deles é de 0,009 mm.

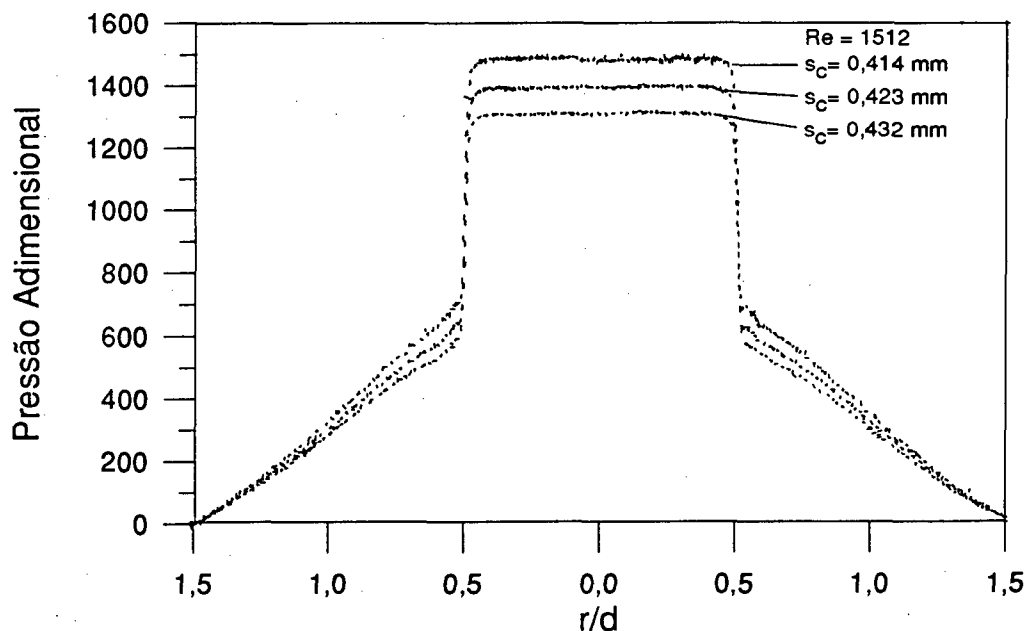


Figura 2.6 - Sensibilidade do escoamento com o afastamento

Do escoamento de ar resultam forças sobre a palheta e o assento cuja intensidade é função do afastamento e do número de Reynolds. Dependendo da intensidade destas forças é possível

que haja uma deformação, s_{cor} , do sistema de posicionamento da palheta e do suporte de fixação do assento alterando o afastamento.

Para garantir a precisão na medida do afastamento este é avaliado utilizando-se um relógio comparador e um transdutor de deslocamento montados em sentidos opostos e fixados à mesa rígida por meio de bases magnéticas. O apalpador de relógio comparador é encostado na palheta enquanto que o apalpador do transdutor de deslocamento é encostado no assento, como ilustrado na Fig. 2.2. O transdutor de deslocamento é ligado a um sistema analógico de leitura.

O afastamento desejado é medido no relógio comparador e a deformação no transdutor de deslocamento, assim, o afastamento real é dado pela soma destes dois valores. Na tabela 2.1 são apresentados alguns valores obtidos para a deformação.

Tabela 2.1 - Deformação do sistema de posicionamento da palheta para diversos afastamentos e números de Reynolds

s/d	Re	s_{cor} [μm]
0,012	1004	11
	1505	15
	2008	17
	2505	20
	3000	22
0,020	997	2
	1502	3
	2003	4
	2500	4
	3006	5

2.4. Instrumentação

Os parâmetros medidos durante o experimento foram pressão, temperatura e deslocamento. Os equipamentos utilizados nas medições são apresentados a seguir.

2.4.1. Medidas de temperatura

A temperatura do ar que escoia na tubulação é praticamente igual à temperatura do ar ambiente assim esta última foi utilizada nos cálculos dos parâmetros do escoamento. Em sua medição utilizou-se um termômetro de bulbo de mercúrio, com faixa de operação de 0°C a 50°C e divisão de escala de 1°C.

2.4.2. Medidas de pressão

Medidas de pressão são feitas na canalização, na palheta e na atmosfera.

A pressão atmosférica foi medida com um barômetro marca Feingerätebau Fischer, modelo W2705, tipo 102, com faixa de operação de 900 a 1060 mbar e menor divisão de escala de 1 mbar.

A pressão na palheta foi medida com um transdutor indutivo de pressão HBM, número 3411, com fundo de escala de 0,01 bar e frequência máxima de 300 Hz. A pressão a montante da placa de orifício foi medida com um transdutor indutivo de pressão HBM, número 6188, com fundo de escala de 0,1 bar e frequência máxima de 300 Hz e a pressão diferencial através da placa de orifício foi medida com um transdutor indutivo de pressão HBM, número 6311, com fundo de escala de 0,01 bar e frequência máxima de 300 Hz.

Estes três transdutores têm seus sinais tratados por uma ponte amplificadora de sinal HBM, modelo KWS/6E-5 e então transmitidos para uma placa de conversão Analógico/Digital (A/D) marca National Instruments, modelo LAB-PC+, com um conversor de aproximação sucessiva de 12 bits e oito canais para entrada analógica. Os sinais digitalizados são adquiridos em

um computador AT386 SX, 4 Mbyte de memória RAM e clock de 40 MHz, onde são convertidos nos valores das variáveis medidas por um programa escrito em linguagem PASCAL.

Os sinais destes transdutores foram calibrados em relação a um micromanômetro de coluna inclinada, marca Wilhelm Lambrecht KG Göttingen, com fundo de escala de 190 mm e menor divisão de escala de 1 mm, utilizando álcool isopropílico como fluido de trabalho.

A pressão a montante do assento foi medida com um manômetro em "U", com faixa de operação de 1000 mm e menor divisão de escala de 1 mm, utilizando água destilada como fluido de trabalho.

2.4.3. Medidas de deslocamento

São feitas duas medidas de deslocamento linear, uma para definir o afastamento entre palheta e assento, s_c , e outra para definir a posição radial da tomada de pressão existente no cursor da palheta. É feita também uma medida de deslocamento angular que define a inclinação da palheta em relação ao assento, α .

A mobilidade da palheta é fornecida pelo sistema de posicionamento que é composto por uma mesa de deslocamento angular marca Spindler & Hoyer (S&H), modelo P080, duas mesas de deslocamento micrométrico marca S&H com faixa de operação até 25,00 mm e menor divisão de escala de 0,01 mm, uma mesa de elevação marca S&H, modelo EL80 e uma cantoneira em "L" marca S&H, modelo EQ80.02. Completa o sistema uma mesa de deslocamento angular marca S&H, com faixa de operação de $10,00^\circ$ e menor divisão de $0,01^\circ$ utilizada na medição do ângulo de inclinação, α .

O afastamento s_c é medido com um relógio comparador marca Mitutoyo, número 2119-50, com faixa de operação de 5,000 mm e menor divisão de escala de 0,001 mm.

A deformação do sistema de posicionamento é medida por um transdutor indutivo de deslocamento com apalpador marca Tesa, tipo GT17, com guias de aço inoxidável e base magnética para fixação. Este transdutor é ligado a um sistema de medida de deslocamento com mostrador analógico marca Tesa, tipo GND.

A posição radial da tomada de pressão foi medida com um transdutor indutivo de deslocamento de contato, marca HBM, modelo W100K, com faixa de operação de 250,0 mm. Seu sinal é amplificado pela ponte amplificadora HBM, modelo KWS/6E-5 e enviado ao computador onde é tratado.

3. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL E REDUÇÃO DOS DADOS

3.1. Objetivo

Neste capítulo são descritos o procedimento e os cuidados tomados durante os testes na obtenção dos dados experimentais, bem como sua redução nas variáveis de interesse. Ao final são apresentadas tabelas com as incertezas de medição das grandezas medidas.

3.2. Procedimento Experimental

3.2.1. Calibração dos transdutores de pressão e de deslocamento

Os sinais de voltagem adquiridos no computador devem ser devidamente convertidos na grandeza a medir através de uma correlação apropriada obtida através de calibração. Todos os transdutores foram calibrados separadamente e mantidos no mesmo canal de alimentação e amplificação de sinal da ponte pois a calibração é válida apenas para o conjunto.

Os transdutores de pressão foram calibrados da seguinte maneira: cada transdutor é montado em paralelo a um manômetro considerado como padrão. Ar com certa pressão é introduzido na tubulação e leituras são feitas simultaneamente nos dois equipamentos. A curva de calibração é obtida procedendo-se uma varredura de pressões em cada faixa de amplificação de sinal. Para esta calibração utilizou-se como padrão o micromanômetro de coluna inclinada com álcool isopropílico nas faixas mais sensíveis de amplificação e o manômetro em "U" com água destilada ou mercúrio nas faixas menos sensíveis. As densidades destes fluidos são apresentadas abaixo.

- para o álcool, $\rho_{al} = 784 \text{ kg/m}^3$ a 20°C ;
- para a água destilada, $\rho_{água} = 996 \text{ kg/m}^3$ a 20°C ;
- para o mercúrio, $\rho_{Hg} = 13600 \text{ kg/m}^3$ a 20°C .

O transdutor de deslocamento foi calibrado com o auxílio de três marcações existentes em sua haste e posicionadas a distâncias conhecidas. Esta calibração, apesar de simples, fornece bons resultados devidos à boa linearidade da resposta deste transdutor e deve ser repetida antes de cada teste.

3.2.2. Preparação inicial

Para evitar leituras errôneas nos instrumentos é necessário verificar a existência de vazamentos nas conexões e tomadas de pressão, devendo ser devidamente reparados.

Antes de cada teste, as superfícies do assento e da palheta são cuidadosamente limpas com benzina e as partes internas do cursor são lubrificadas com vaselina líquida para permitir um deslocamento suave do cursor. Isto evita que a força exercida sobre o cursor para movê-lo altere significativamente a posição da palheta.

Por fim os reservatórios são supridos com ar comprimido e efetua-se o posicionamento da palheta.

3.2.3. Ajuste de posicionamento da palheta

Os primeiros ajustes a serem feitos são os de paralelismo e concentricidade realizados simultaneamente. Estes ajustes são feitos com o auxílio de uma esfera de aço inoxidável com diâmetro de $3,9712 \pm 0,0008$ mm, presa a um barbante. A esfera é passada através da folga existente entre palheta e assento e, com o auxílio das mesas de deslocamento, a posição da palheta é corrigida até que se consiga um bom paralelismo. O ajuste de centragem é feito pelos diâmetros externos das duas peças.

Neste ponto o programa de aquisição de dados é processado e os sinais dos transdutores são zerados através da ponte. Em seguida, é realizado um rápido teste onde são lidos e plotados em um gráfico a pressão sobre a palheta e a posição radial do cursor. Através deste gráfico analisa-se o paralelismo das peças pela simetria do perfil de pressão. Caso a simetria não seja satisfatória a posição da palheta é novamente corrigida.

Depois de centrada e paralela ao assento, a palheta é inclinada do valor desejado α . Um ajuste de centragem é novamente realizado pois o deslocamento angular da palheta altera a posição da sua linha de centro.

Resta a determinação do afastamento zero. Para situações em que $\alpha = 0$ posiciona-se a palheta de tal forma que a esfera deslize suavemente entre as duas superfícies, sendo que a distância entre elas neste ponto é igual ao valor do diâmetro da esfera. Em situações onde $\alpha \neq 0$ este ajuste é feito na posição de menor afastamento entre palheta e assento como ilustra a Fig. 3.1.

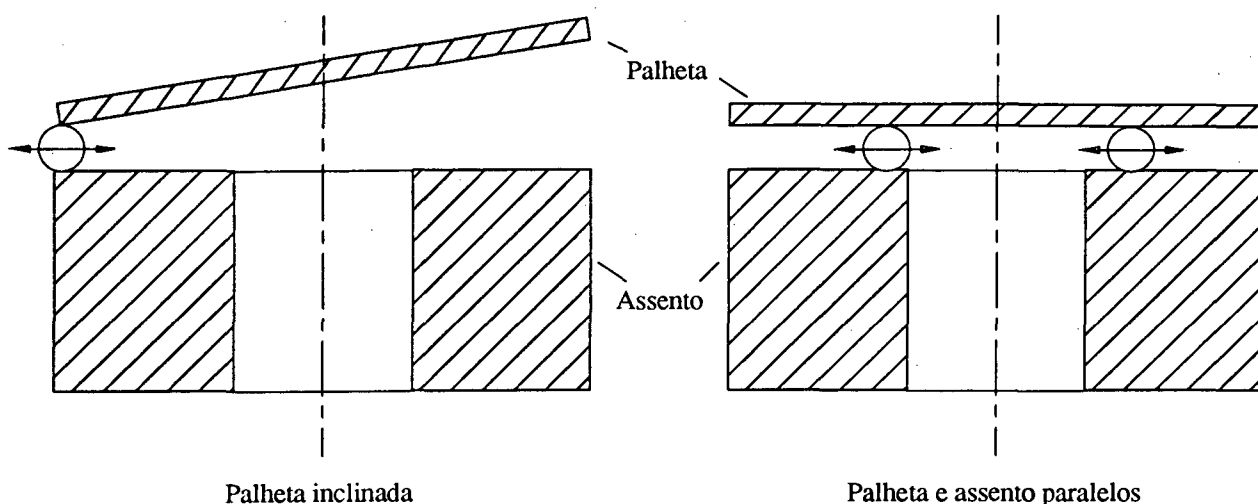


Figura 3.1 - Determinação do afastamento zero

Com o afastamento de referência, s_r , e o ângulo de inclinação α conhecidos, a posição da palheta está determinada e o afastamento central de referência, s_{co} , é calculado por,

$$s_{co} = s_r + \frac{D}{2} \tan \alpha \quad (3.1)$$

Note que se a inclinação é nula, o afastamento na linha de centro é o próprio afastamento de referência. Nesta posição a leitura indicada pelo relógio comparador é denominada de leitura de referência, x_o . Deste valor subtrai-se o afastamento central de referência e adiciona-se o valor do afastamento central desejado para o teste, s_{ct} . Assim, a leitura que o relógio comparador deve indicar, x_c , é dada por,

$$x_c = x_o - s_{co} + s_{ct} \quad (3.2)$$

Para verificar a precisão deste método foram realizados testes onde o afastamento zero era obtido através do fechamento de um contato elétrico e a diferença observada entre os dois métodos foi da ordem de 0,003 mm. O método da esfera foi mantido por fornecer uma média das irregularidades das superfícies e não o primeiro ponto de contato como no caso do circuito elétrico.

3.2.4. Tomada de dados

As primeiras grandezas medidas são a pressão atmosférica e a temperatura ambiente. Estes dados são alimentados no programa de aquisição que os utiliza na redução dos dados experimentais.

A válvula reguladora de vazão é então aberta lentamente, enquanto simultaneamente é mostrada na tela do computador a vazão que atravessa a tubulação, representada pelo número de Reynolds, Re. Assim a válvula é regulada para fornecer a vazão desejada.

Após isto, é feita uma rápida varredura de pressão onde determinam-se as pressões máxima e mínima, utilizadas para o enquadramento do gráfico pressão contra posição radial na tela. Ao final desta varredura a tomada de pressão do cursor é posicionada em uma das extremidades da palheta, estando pronta para a tomada definitiva de dados.

O cursor é deslocado cuidadosamente enquanto são efetuadas leituras de pressão sobre a palheta, posição do cursor e vazão. Na tela são plotados os pontos adquiridos quase que simultaneamente ao deslocamento do cursor. A aquisição de dados cessa assim que o cursor deslocar-se de 104,7 mm, equivalente ao diâmetro da palheta e é apresentado no canto superior esquerdo da tela o número de Reynolds médio calculado durante o teste.

Se o gráfico obtido for satisfatório, parte-se para a adimensionalização dos dados. Para isto, alimenta-se o programa com o valor da pressão à montante do assento, que é utilizada no

cálculo da massa específica e da viscosidade do ar durante o teste. Estes dados são reduzidos e gravados em arquivo.

A escolha de vazões distintas, diversos afastamentos e inclinações permite o levantamento de dados do escoamento para as diversas situações estudadas.

3.3. Redução dos Dados

Durante e após a tomada de dados alguns cálculos são feitos para a determinação das variáveis de interesse. Estas variáveis são a pressão adimensional sobre a palheta, $p^*(r)$, o número de Reynolds na tubulação, Re , a posição radial da tomada de pressão, r , o afastamento central, s_c e a inclinação da palheta, α .

A pressão adimensional sobre a palheta é calculada por,

$$p^*(r) = \frac{p(r)}{\rho \bar{w}^2 / 2} \quad (3.3)$$

em que $p(r)$ é a pressão manométrica lida na tomada de pressão do cursor e ρ é a massa específica do ar, calculada pela equação dos gases perfeitos,

$$\rho = \frac{p_u M}{\bar{R} T_{amb}} \quad [\text{kg} / \text{m}^3] \quad (3.4)$$

onde,

- p_u - pressão absoluta a montante do assento em [Pa];
- \bar{R} - constante universal dos gases, 8314,3 [J/kg-mol K];
- M - massa molecular do ar, 28,98 [kg/kg-mol];
- T_{amb} - temperatura ambiente em [K].

A velocidade média do fluido no orifício de passagem, \bar{w} , é dada por,

$$\bar{w} = \frac{4 \dot{m}}{\rho \pi d^2} \quad [\text{m} / \text{s}] \quad (3.5)$$

onde \dot{m} é o fluxo de massa fornecido pelo medidor de vazão que é calculado segundo Delmée [15], por,

$$\dot{m} = C E \beta^2 F_a \epsilon \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{2 \Delta p \rho} \quad [\text{kg} / \text{s}] \quad (3.6)$$

em que,

- C - coeficiente de descarga;
- E - fator de velocidade de aproximação;
- β - relação entre o diâmetro do orifício medidor de vazão d_{or} e diâmetro da tubulação d ;
- d - diâmetro interno da tubulação, [mm];
- F_a - fator de dilatação térmica;
- ϵ - fator de expansão isentrópica;
- Δp - diferencial de pressão através da placa de orifício em [Pa].

Para este medidor de vazão, cujas características são apresentadas no Apêndice I, tem-se que,

$$\beta = 0,3024;$$

$$CE\beta^2 = 0,071152.$$

As variações de temperatura ambiente não resultam em dilatações térmicas significativas, portanto o fator de dilatação térmica foi considerado unitário, $F_a = 1$.

O fator de expansão isentrópica é calculado por,

$$\epsilon = 1 - (0,3707 + 0,3181\beta^4) \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{1/k} \right]^{0,835} \quad (3.7)$$

onde p_1 e p_2 são as pressões absolutas à montante e à jusante da placa de orifício e k é a relação entre os calores específicos a pressão e a volume constante, que para o ar é igual a 1,4.

O número de Reynolds é definido com base no diâmetro interno da tubulação, sendo calculado por,

$$Re = \frac{\rho \bar{w} d}{\mu} \quad (3.8)$$

onde μ é a viscosidade dinâmica, calculada segundo Bean [16], por:

$$\mu = (k_1 + k_2 T_{amb} - k_3 T_{amb}^2) \times 10^{-6} \quad (3.9)$$

e

$$k_1 = 0,8723809571$$

$$k_2 = 7,028571429 \times 10^{-2}$$

$$k_3 = 3,809523810 \times 10^{-5}$$

para T_{amb} dado em [K] e μ em [Pa.s].

O afastamento central final entre palheta e assento é dado por:

$$s_c = s_{ct} + s_{cor} \quad (3.10)$$

onde s_{cor} representa o deslocamento das peças palheta e assento, resultante das forças do escoamento, e é medido diretamente no experimento.

A inclinação da palheta e a posição radial da tomada de pressão também são obtidos diretamente do experimento.

3.4. Incerteza de Medição

A análise da incerteza de medição, associada às grandezas medidas, é apresentada no Apêndice II. Com base nesta análise são apresentadas nas tabelas 3.1 a 3.3 as incertezas para três medições realizadas.

Tabela 3.1 - Valores característicos das variáveis medidas no experimento e suas respectivas incertezas de medição para $Re = 1506$, $s_c/d = 0,01$ e $\alpha = 0,0^\circ$

Grandeza	Valor típico	Incerteza	Incerteza (%)
p_u [Pa]	371,62	1,92	0,517
T_{amb} [K]	294,15	0,50	0,170
p_{atm} [Pa]	101340	66	0,065
ρ [kg/m ³]	1,205	0,002	0,159
μ [Pa.s]	$1,82 \times 10^{-5}$	$2,39 \times 10^{-8}$	0,131
Δp [Pa]	44,71	0,16	0,358
p_1 [Pa]	101745,53	66,42	0,065
p_2 [Pa]	101700,82	66,42	0,065
\dot{m} [kg/s]	$7,47 \times 10^{-4}$	$1,55 \times 10^{-6}$	0,207
\bar{w} [m/s]	0,648	0,002	0,308
p [Pa]	352,97	0,77	0,221
p^* [Pa]	1369,7	7,8	0,569
Re	1506	4	0,266

Tabela 3.2 - Valores característicos das variáveis medidas no experimento e suas respectivas incertezas de medição para $Re = 1997$, $s_c/d = 0,02$ e $\alpha = 0,2^\circ$

Grandeza	Valor típico	Incerteza	Incerteza (%)
p_u [Pa]	117,63	1,92	1,633
T_{amb} [K]	292,15	0,50	0,171
p_{atm} [Pa]	102137	66	0,065
ρ [kg/m ³]	0,854	0,003	0,351
μ [Pa.s]	$1,82 \times 10^{-5}$	$2,40 \times 10^{-8}$	0,132
Δp [Pa]	80,82	0,39	0,483
p_1 [Pa]	102332,61	66,42	0,065
p_2 [Pa]	102251,79	66,42	0,065
\dot{m} [kg/s]	$9,96 \times 10^{-4}$	$2,65 \times 10^{-6}$	0,266
\bar{w} [m/s]	0,854	0,003	0,308
p [Pa]	125,26	0,39	0,311
p^* [Pa]	282,9	1,9	0,707
Re	1997	6	0,266

Tabela 3.3 - Valores característicos das variáveis medidas no experimento e suas respectivas incertezas de medição para $Re = 2495$, $s_c/d = 0,02$ e $\alpha = 0,0^\circ$

Grandeza	Valor típico	Incerteza	Incerteza (%)
p_u [Pa]	159,9	1,92	1,201
T_{amb} [K]	295,15	0,50	0,169
p_{atm} [Pa]	99879	66	0,066
ρ [kg/m ³]	1,182	0,002	0,169
μ [Pa.s]	$1,82 \times 10^{-5}$	$2,39 \times 10^{-8}$	0,131
Δp [Pa]	134,41	0,78	0,580
p_1 [Pa]	100160,75	66,42	0,066
p_2 [Pa]	100026,33	66,42	0,066
\dot{m} [kg/s]	$1,25 \times 10^{-3}$	$3,88 \times 10^{-6}$	0,311
\bar{w} [m/s]	1,109	0,004	0,361
p [Pa]	164,28	0,78	0,475
p^* [Pa]	226,6	1,9	0,838
Re	2495	8	0,320

4. ESCOAMENTO PARA BAIXOS NÚMEROS DE REYNOLDS

4.1. Introdução

Neste capítulo descreve-se a solução do escoamento do ponto de vista da mecânica de fluidos computacional apresentando a delimitação física do problema, as equações que o regem e o método numérico utilizado em sua solução.

Posteriormente são apresentadas comparações da solução numérica com uma solução analítica e resultados experimentais.

4.2. Formulação do Problema

Muitos sistemas de válvulas automáticas utilizadas em compressores de refrigeração possuem a palheta engastada em uma das extremidades, trabalhando inclinada em relação ao seu assento, como apresenta a Fig. 4.1.

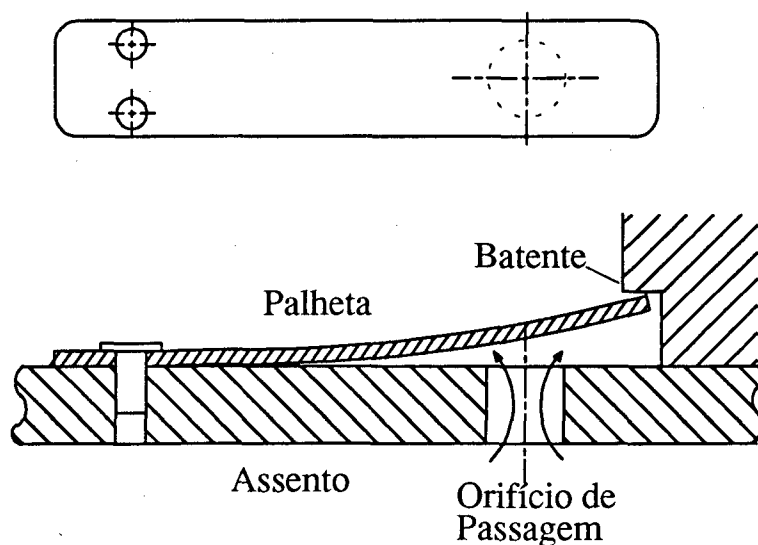


Figura 4.1 - Sistema de válvula com palheta engastada utilizada em compressores de refrigeração

Esta inclinação é pequena e geralmente limitada por um batente que evita deflexões excessivas da palheta aumentando sua vida útil. Em algumas situações analisadas a inclinação máxima é da ordem de 8° .

Um modelo para este tipo de válvula é o difusor radial com palheta inclinada, ilustrado na Fig. 4.2, que caracteriza a geometria do escoamento.

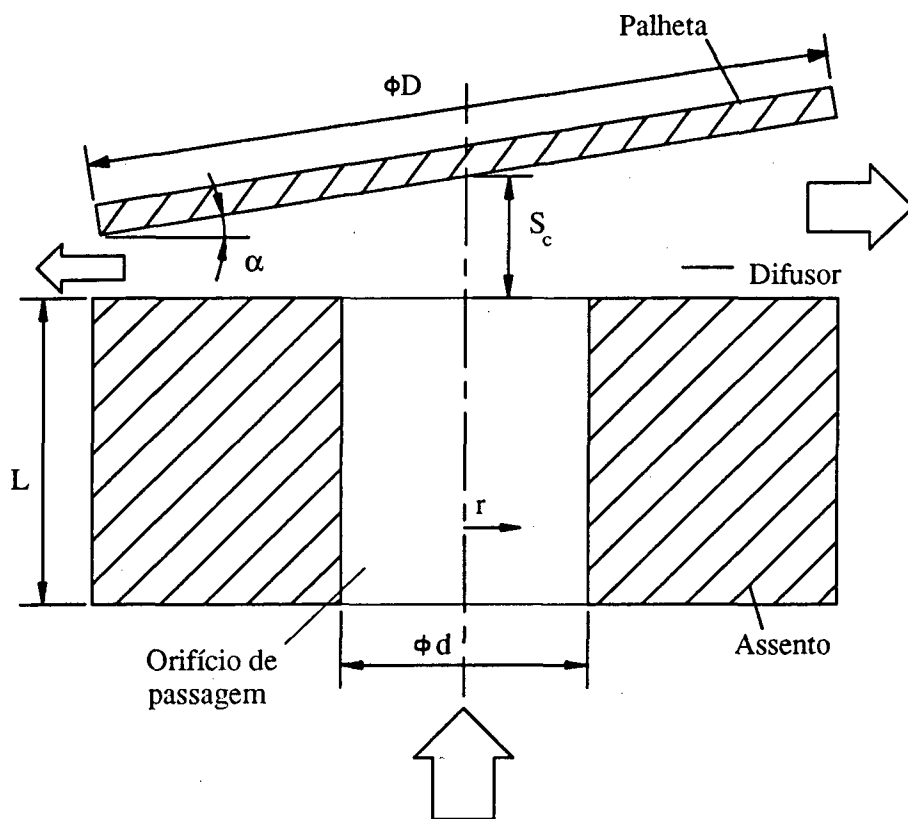


Figura 4.2 - Geometria do escoamento

O fluido entra no difusor pelo orifício de passagem onde o escoamento é axial e ao encontrar a palheta é forçado a escoar radialmente. A inclinação da palheta faz com que o fluido escoe preferencialmente pela região de maior afastamento, gerando gradientes de velocidade na direção circunferencial θ , constituindo a assimetria do escoamento. Assim, as equações de Reynolds devem ser resolvidas nas direções circunferencial, radial e axial. A equação da conservação da massa completa o sistema de equações diferenciais.

Algumas análises simplificativas podem ser aplicadas e são apresentadas a seguir:

- i. escoamento incompressível e isotérmico;
- ii. fluido newtoniano;
- iii. regime permanente.

O sistema de coordenadas que mais se aproxima desta geometria é o cilíndrico, porém, neste sistema torna-se difícil a delimitação do domínio utilizando-se malha computacional ortogonal. Portanto, torna-se necessário proceder uma transformação da coordenada na direção axial, possibilitando incluir a informação da inclinação da palheta no sistema de equações e resolvê-lo utilizando-se uma malha computacional ortogonal.

A partir disto, duas transformações de coordenadas foram desenvolvidas, uma completa onde todos os termos de derivadas cruzadas são mantidos, que está incluída no Apêndice III, e outra simplificada, que é apresentada a seguir. Esta versão é utilizada para pequenos ângulos de inclinação e forneceu bons resultados.

Na região do difusor, a coordenada z é adimensionalizada pelo afastamento δ da palheta em relação ao assento, compondo uma nova coordenada η .

$$\eta = \frac{z}{\delta} ; \quad 0 \leq \eta \leq 1 \quad (4.1)$$

O efeito desta transformação é ilustrado na Fig. 4.3.

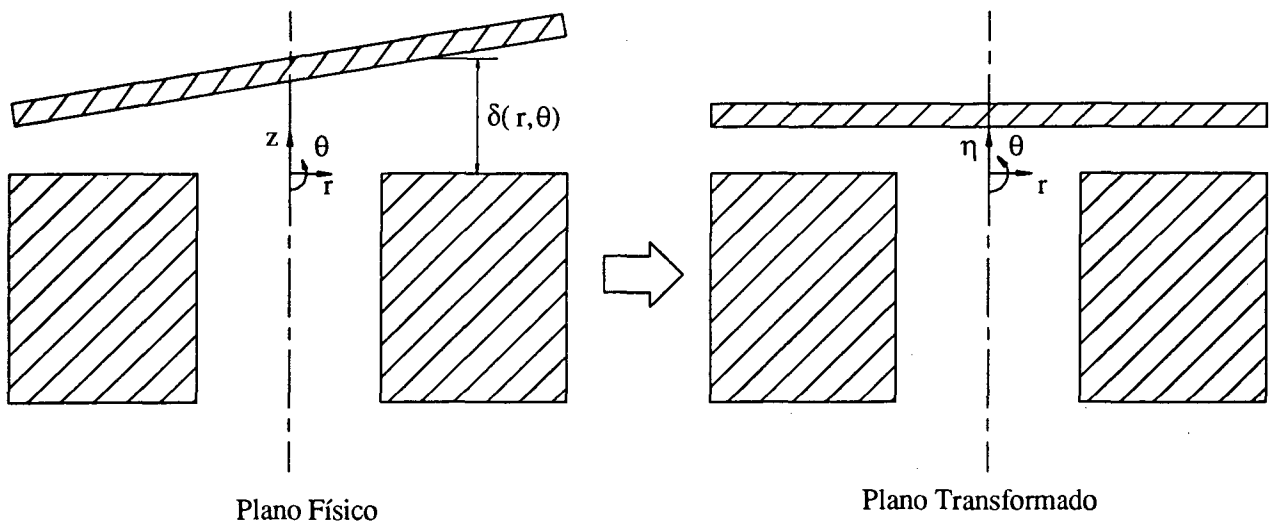


Figura 4.3 - Efeito da transformação de coordenadas

O afastamento δ é dependente das coordenadas r e θ e pode ser calculado pela seguinte expressão:

$$\delta = s_c - r \tan \alpha \cos \theta \quad (4.2)$$

onde s_c caracteriza o afastamento na linha de centro do difusor e α o ângulo de inclinação da palheta.

Neste modelo simplificado, para pequenos ângulos de inclinação da palheta, as derivadas cruzadas são desconsideradas, assim, a derivada de z em relação a η é dada por:

$$\frac{dz}{d\eta} = \delta \quad (4.3)$$

Para este novo sistema de coordenadas as equações da conservação da quantidade de movimento nas direções θ , r e η apresentam-se como a seguir:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (\rho u u) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho r v u) + \frac{1}{\delta} \frac{\partial}{\partial \eta} (\rho r w u) \right] = & \frac{\mu}{r} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{\delta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{r}{\delta} \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) \right] + \\ & + \frac{2\mu}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{\mu u}{r^2} - \frac{\rho u v}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (\rho u v) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho r v v) + \frac{1}{\delta} \frac{\partial}{\partial \eta} (\rho r w v) \right] = & \frac{\mu}{r} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{1}{\delta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{r}{\delta} \frac{\partial v}{\partial \eta} \right) \right] + \\ & - \frac{2\mu}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{\mu v}{r^2} + \frac{\rho u^2}{r} - \frac{\partial p}{\partial r} \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (\rho u w) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho r v w) + \frac{1}{\delta} \frac{\partial}{\partial \eta} (\rho r w w) \right] = & \frac{\mu}{r} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{1}{\delta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{r}{\delta} \frac{\partial w}{\partial \eta} \right) \right] + \\ & - \frac{1}{\delta} \frac{\partial p}{\partial \eta} \end{aligned} \quad (4.6)$$

e a equação da conservação da massa é dada por:

$$\frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (\rho u) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho r v) + \frac{1}{\delta} \frac{\partial}{\partial \eta} (\rho r w) \right] = 0 \quad (4.7)$$

onde u , v e w são as componentes da velocidade nas direções θ , r e η , respectivamente, p a pressão, ρ a massa específica e μ a viscosidade absoluta do fluido.

A transformação de coordenadas é necessária apenas na região do difusor, podendo-se utilizar coordenadas cilíndricas na região do orifício de passagem. Para evitar a utilização de dois domínios de cálculo, onde um resolveria a região do orifício e o outro a região do difusor, utilizou-se o seguinte artifício: - para os volumes de controle do orifício de passagem considerou-se $\delta = 1$, com isto a coordenada η torna-se exatamente igual à coordenada z do sistema antigo e neste caso a malha é dimensional; - nos volumes de controle do difusor a malha é adimensional variando de 0 a 1, e δ é calculado pela equação 4.2.

A definição do domínio de cálculo, ilustrado na Fig. 4.4, e das condições de contorno concluem a formulação do problema.

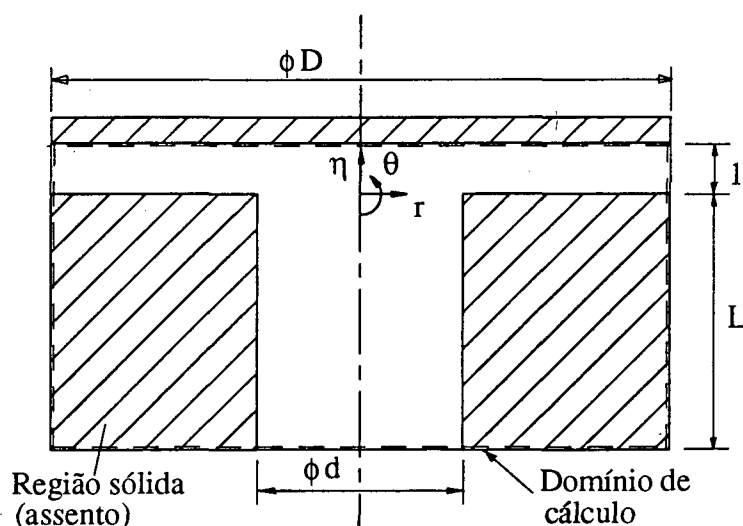


Figura 4.4 - Domínio de cálculo

O comprimento do orifício de passagem L , utilizado no processamento numérico, foi igual à 100 mm.

Nas paredes do assento e da palheta, são utilizadas condições de não-deslizamento e impenetrabilidade, $u = v = w = 0$ e, na entrada do orifício de passagem, a condição é de fluxo prescrito com $u = v = 0$ e $w = \bar{w}$, onde \bar{w} caracteriza a velocidade média do escoamento na direção axial. Deschamps [13] testou, para o caso de palheta e assento paralelos, dois tipos de perfil de velocidade na entrada do difusor, um plano e outro parabólico, e verificou que a forma destes perfis não afeta a distribuição de pressão na palheta. Isto se deve ao fato de a grande aceleração sofrida pelo fluido, fazendo com que haja uma grande deformação do perfil de velocidade mais a montante, torna irrelevante a forma original deste perfil.

Na saída do difusor, as condições de escoamento plenamente desenvolvido são utilizadas, isto é, $w = 0$ e $\frac{\partial}{\partial r}(\rho u) = \frac{\partial}{\partial r}(\rho v) = 0$.

Resumindo, tem-se que:

$$\begin{aligned}
 u = v = w = 0 & \quad \text{para } 0 \leq \theta \leq 2\pi, d/2 \leq r \leq D/2, \eta = -L \\
 u = v = w = 0 & \quad \text{para } 0 \leq \theta \leq 2\pi, r = D/2, -L \leq \eta \leq 0 \\
 u = v = w = 0 & \quad \text{para } 0 \leq \theta \leq 2\pi, 0 \leq r \leq D/2, \eta = 1 \\
 u = v = 0, w = \bar{w} & \quad \text{para } 0 \leq \theta \leq 2\pi, 0 \leq r \leq d/2, \eta = -L \\
 w = 0, \frac{\partial}{\partial r}(\rho u) = \frac{\partial}{\partial r}(\rho v) = 0 & \quad \text{para } 0 \leq \theta \leq 2\pi, r = D/2, 0 \leq \eta \leq 1
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

A geometria do problema é caracterizada pelas grandezas s_c , α , d , D e L . O único parâmetro não geométrico é o número de Reynolds.

4.3. Metodologia de Solução

O método dos volumes finitos foi utilizado para a solução das equações 4.4 a 4.7. Neste método o domínio de solução é dividido em pequenos volumes onde as equações são integradas. Dentro destes volumes considera-se que todas as propriedades são constantes, permitindo a integração. Obtém-se então um conjunto de equações algébricas que, quando resolvidas,

forneem os campos de velocidade e pressão. Maiores informações sobre este método podem ser obtidas em Patankar [17].

No cálculo das velocidades, há a necessidade de avaliar os fluxos convectivos que atravessam as faces dos volumes de controle. O modo como esta avaliação é feita, constitui o esquema convectivo de interpolação. Vários esquemas têm sido propostos e podem ser encontrados na literatura. Neste estudo, dois esquemas foram testados, o da Lei de Potência (Power Law Differencing Scheme - PLDS), conforme Patankar [17], e o QUICK (Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics), conforme Hayase e outros [18].

Na direção circunferencial, os gradientes de velocidade são pequenos e optou-se por utilizar apenas o esquema da Lei de Potência. Os dois esquemas foram implementados para as direções radial e axial. Uma rápida comparação entre os dois métodos é apresentada na seção 4.6.

Na solução do sistema de equações algébricas foi utilizado o algoritmo SIMPLE que tem sido comumente aplicado na solução de escoamento de fluidos.

A região sólida do assento, inclusa no domínio de cálculo, foi tratada como se naquela região a viscosidade do fluido fosse infinita, segundo Patankar [19]. Tal técnica dispensa um tratamento diferenciado para esta região.

No difusor radial com palheta inclinada, tal como no difusor radial excêntrico, conforme Gasche [14], o modelo numérico deve conter a informação de que na saída do difusor, ou seja, para $0 \leq \theta \leq 2\pi$, $r = D/2$ e $0 < \eta < 1$, a pressão é nula. Isto é conseguido fazendo-se $a_p \rightarrow \infty$ na equação da correção de pressão, equação 4.46, para os volumes de controle do contorno. Quanto menor for a dimensão destes volumes na direção r , melhor será a aproximação de pressão nula.

Para possibilitar a convergência do problema, foram utilizados coeficientes de subrelaxação durante o processo iterativo. Vários coeficientes foram testados e os que apresentaram maior estabilidade foram 0,2 para os campos de velocidade e 0,4 para o campo de pressão.

Considerou-se que os campos estavam convergidos quando o somatório dos resíduos de massa de todos os volumes de controle estabilizava. Este critério foi utilizado por se perceber que quando isto acontecia, iterações adicionais não influenciavam os resultados.

4.4. Discretização das Equações.

As equações diferenciais são integradas em cada um dos volumes de controle e , com o auxílio do esquema convectivo de interpolação, chega-se ao conjunto de equações algébricas. Os coeficientes destas equações são diferentes para os dois esquemas convectivos utilizados e são apresentados para as equações de Navier-Stokes nas direções r e η . A Fig. 4.5 apresenta um volume de controle típico onde as equações são integradas.

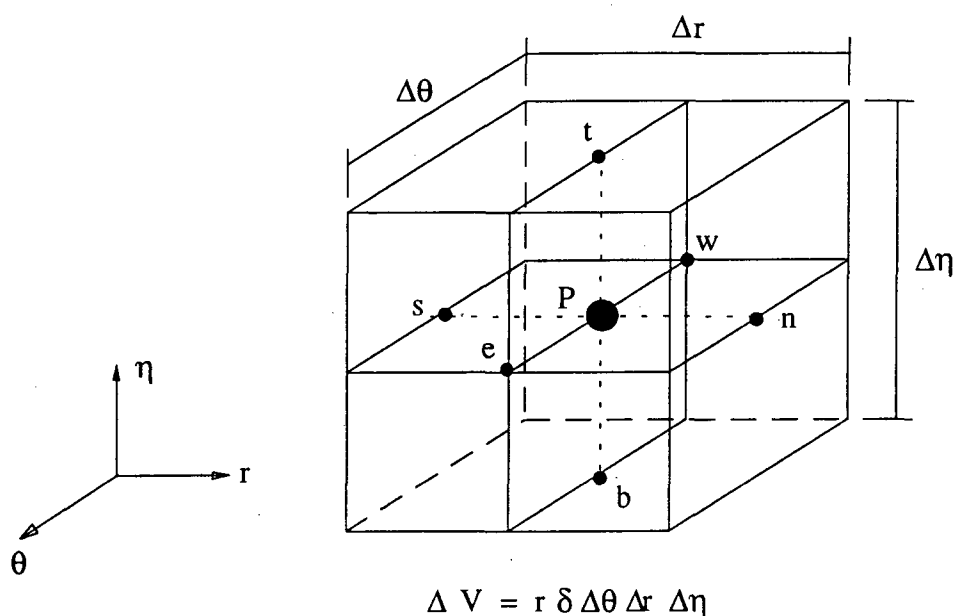


Figura 4.5 - Volume de controle para a integração das equações de conservação

Para a discretização das equações, utilizou-se a técnica do arranjo desencontrado dos volumes de controle, onde as velocidades são posicionadas nas faces e a pressão e demais propriedades físicas, no centro dos volumes de controle principais, como ilustra a Fig. 4.6.

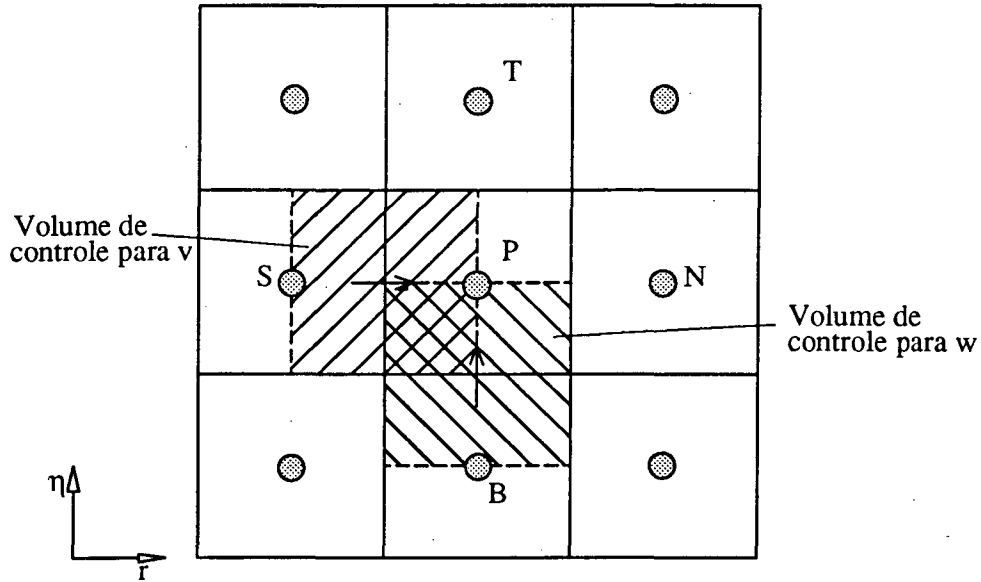


Figura - 4.6 Arranjo dos volumes de controle

4.4.1. Equação da conservação da massa

Integrando a equação 4.7 no volume de controle indicado, tem-se,

$$\int_{\theta} \int_r \int_{\eta} \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (\rho u) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho r v) + \frac{1}{\delta} \frac{\partial}{\partial \eta} (\rho r w) \right] r \delta d\theta dr d\eta = 0 \quad (4.9)$$

que resulta em,

$$(F_e - F_w) + (F_n - F_s) + (F_t - F_b) = 0 \quad (4.10)$$

onde,

$$\begin{aligned} F_e &= (\rho u)_e \delta_P \Delta r \Delta \eta & F_w &= (\rho u)_w \delta_P \Delta r \Delta \eta \\ F_n &= (\rho r v)_n \delta_P \Delta \theta \Delta \eta & F_s &= (\rho r v)_s \delta_P \Delta \theta \Delta \eta \\ F_t &= (\rho r w)_t \Delta \theta \Delta r & F_b &= (\rho r w)_b \Delta \theta \Delta r \end{aligned} \quad (4.11)$$

Note que F_i , para $i = e, w, n, s, t$ ou b , representam os fluxos convectivos que atravessam as faces do volume de controle. Para a utilização do esquema convectivo QUICK é necessário

saber o sentido destes fluxos, pois orientam a escolha dos pontos utilizados na interpolação. Assim, definiram-se os fluxos convectivos positivos e negativos como,

$$\begin{aligned}
 F_e^+ &= \max(0, F_e) & F_e^- &= -\max(0, -F_e) \\
 F_w^+ &= \max(0, F_w) & F_w^- &= -\max(0, -F_w) \\
 F_n^+ &= \max(0, F_n) & F_n^- &= -\max(0, -F_n) \\
 F_s^+ &= \max(0, F_s) & F_s^- &= -\max(0, -F_s) \\
 F_t^+ &= \max(0, F_t) & F_t^- &= -\max(0, -F_t) \\
 F_b^+ &= \max(0, F_b) & F_b^- &= -\max(0, -F_b)
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

4.4.2. Equação de Navier-Stokes na direção circunferencial, θ

A equação da conservação da quantidade de movimento na direção θ , equação 4.4, pode ser reescrita da seguinte forma,

$$\frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (\rho u u) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho r v u) + \frac{1}{\delta} \frac{\partial}{\partial \eta} (\rho r w u) \right] = \frac{\mu}{r} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{\delta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{r}{\delta} \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) \right] + S^u \tag{4.13}$$

onde,

$$S^u = \frac{2\mu}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{\mu u}{r^2} - \frac{\rho u v}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \tag{4.14}$$

é o termo fonte da equação.

A integração da equação 4.13 ao longo do volume de controle para a velocidade u , fornece,

$$\begin{aligned}
 F_e u_e - F_w u_w + F_n u_n - F_s u_s + F_t u_t - F_b u_b &= D_e (u_E - u_P) - D_w (u_P - u_W) + \\
 + D_n (u_N - u_P) - D_s (u_P - u_S) + D_t (u_T - u_P) - D_b (u_P - u_B) &+ S^u
 \end{aligned} \tag{4.15}$$

onde D_i , para $i = e, w, n, s, t$ ou b , que são coeficientes relacionados aos fluxos difusivos, são calculados por,

$$\begin{aligned}
D_e &= \left(\frac{\mu}{r \delta \theta} \right)_e \delta_p \Delta r \Delta \eta & D_w &= \left(\frac{\mu}{r \delta \theta} \right)_w \delta_p \Delta r \Delta \eta \\
D_n &= \left(\frac{\mu r}{\delta r} \right)_n \delta_p \Delta \theta \Delta \eta & D_s &= \left(\frac{\mu r}{\delta r} \right)_s \delta_p \Delta \theta \Delta \eta \\
D_t &= \frac{1}{\delta_t} \left(\frac{\mu r}{\delta \eta} \right)_t \Delta \theta \Delta r & D_b &= \frac{1}{\delta_b} \left(\frac{\mu r}{\delta \eta} \right)_b \Delta \theta \Delta r
\end{aligned} \tag{4.16}$$

A integração do termo de pressão fornece,

$$\int_{\theta} \int_r \int_{\eta} -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} r \delta d\theta dr d\eta = \frac{1}{r_p} \frac{(p_w - p_e)}{\Delta \theta_u} \Delta V^u \tag{4.17}$$

e a integração dos demais termos fonte resulta em,

$$\int_{\theta} \int_r \int_{\eta} \frac{2\mu}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} r \delta d\theta dr d\eta = \left(\frac{2\mu}{r^2} \right)_p \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} \right)_p \Delta V^u \tag{4.18}$$

$$\int_{\theta} \int_r \int_{\eta} -\frac{\mu u}{r^2} r \delta d\theta dr d\eta = -\left(\frac{\mu u}{r} \right)_p \Delta V^u \tag{4.19}$$

$$\int_{\theta} \int_r \int_{\eta} -\frac{\rho u v}{r} r \delta d\theta dr d\eta = -\left(\frac{\rho u v}{r} \right)_p \Delta V^u \tag{4.20}$$

Usando a Lei de Potência como esquema convectivo pode-se chegar à equação discretizada, apresentada a seguir,

$$a_P u_P = a_E u_E + a_W u_W + a_N u_N + a_S u_S + a_T u_T + a_B u_B + b^v \tag{4.21}$$

onde,

$$\begin{aligned}
a_E &= D_e A(|P_e|) + \max(-F_e, 0) & a_W &= D_w A(|P_w|) + \max(F_w, 0) \\
a_N &= D_n A(|P_n|) + \max(-F_n, 0) & a_S &= D_s A(|P_s|) + \max(F_s, 0) \\
a_T &= D_t A(|P_t|) + \max(-F_t, 0) & a_B &= D_b A(|P_b|) + \max(F_b, 0)
\end{aligned} \tag{4.22}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_T + a_B - S_P^u \Delta V^u \quad (4.23)$$

$$b^u = S_c^u \Delta V^u \quad (4.24)$$

$$S_P^u = -\left(\frac{\mu}{r^2} + \frac{\rho v}{r}\right)_P \quad (4.25)$$

$$S_c^u = \frac{1}{r_P} \frac{(p_w - p_e)}{\Delta \theta_u} + \left(\frac{2\mu}{r^2}\right)_P \left(\frac{\partial v}{\partial \theta}\right)_P \quad (4.26)$$

As derivadas que aparecem no termo fonte são aproximadas por diferenças centrais e os fluxos difusivos são avaliados por,

$$\begin{aligned} D_e &= \frac{\mu_e \delta_P \Delta r_u \Delta \eta_u}{r_e (\theta_E - \theta_P)} & D_w &= \frac{\mu_w \delta_P \Delta r_u \Delta \eta_u}{r_w (\theta_P - \theta_W)} \\ D_n &= \frac{\mu_n r_n \delta_P \Delta \theta_u \Delta \eta_u}{(r_N - r_P)} & D_s &= \frac{\mu_s r_s \delta_P \Delta \theta_u \Delta \eta_u}{(r_P - r_S)} \\ D_t &= \frac{\mu_t r_t \Delta \theta_u \Delta r_u}{\delta_t (\eta_T - \eta_P)} & D_b &= \frac{\mu_b r_b \Delta \theta_u \Delta r_u}{\delta_b (\eta_P - \eta_B)} \end{aligned} \quad (4.27)$$

Além disso,

$$A(|P_i|) = \max(0, (1 - 0.1|P_i|)^5) \quad (4.28)$$

onde $P_i = F_i / D_i$, com $i = e, w, n, s, t$ ou b , é o número de Peclet no ponto i , definido como a relação entre as intensidades convectivas e difusivas do escoamento.

4.4.3. Equação de Navier-Stokes na direção radial, r

A equação da conservação da quantidade de movimento na direção r , equação 4.5, pode ser reescrita como,

$$\frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (\rho u v) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho r v v) + \frac{1}{\delta} \frac{\partial}{\partial \eta} (\rho r w v) \right] = \frac{\mu}{r} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{1}{\delta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{r}{\delta} \frac{\partial v}{\partial \eta} \right) \right] + S^v \quad (4.29)$$

onde,

$$S^v = -\frac{2\mu}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{\mu v}{r^2} + \frac{\rho u^2}{r} - \frac{\partial p}{\partial r} \quad (4.30)$$

A equação discretizada é dada por,

$$a_P v_P = a_E v_E + a_W v_W + a_N v_N + a_S v_S + a_T v_T + a_B v_B + b^v \quad (4.31)$$

onde,

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_T + a_B - S_P^v \Delta V^v \quad (4.32)$$

$$b^v = S_c^v \Delta V^v + S_q^v \quad (4.33)$$

$$S_P^v = -\left(\frac{\mu}{r^2}\right)_P \quad (4.34)$$

$$S_c^v = \frac{1}{r_P} \frac{(p_n - p_s)}{\Delta r^v} + \left(\frac{2\mu}{r^2}\right)_P \left(\frac{\partial v}{\partial \theta}\right)_P + \left(\frac{\rho u^2}{r}\right)_P \quad (4.35)$$

Para o esquema da Lei de Potência os coeficientes a_E , a_W , a_N , a_S , a_T e a_B , são calculados através da equação 4.22 e $S_q^v = 0$.

Utilizando o esquema QUICK, tem-se,

$$\begin{aligned} a_E &= -F_e^- + D_e & a_W &= F_w^+ + D_w \\ a_N &= -F_n^- + D_n & a_S &= F_s^+ + D_s \\ a_T &= -F_t^- + D_t & a_B &= F_b^+ + D_b \end{aligned} \quad (4.36)$$

$$\begin{aligned} S_q &= -F_e^+ S_e^+ - F_e^- S_e^- + F_w^+ S_w^+ + F_w^- S_w^- - F_n^+ S_n^+ - F_n^- S_n^- + \\ &\quad + F_s^+ S_s^+ + F_s^- S_s^- - F_t^+ S_t^+ - F_t^- S_t^- + F_b^+ S_b^+ + F_b^- S_b^- \end{aligned} \quad (4.37)$$

Maiores detalhes sobre a determinação destes coeficientes podem ser obtidos no Apêndice IV, onde é apresentada a discretização da equação do movimento para uma situação unidimensional utilizando-se o esquema convectivo QUICK.

Os termos fontes S_i^+ e S_i^- , com $i = e, w, n, s, t$ ou b , resultantes da interpolação quadrática, devem ser calculados conforme indicado no Apêndice IV.

4.4.4. Equação de Navier-Stokes na direção axial, η

A equação da conservação da quantidade de movimento na direção η , equação 4.6, pode ser reescrita da seguinte forma,

$$\frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (\rho u w) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho r v w) + \frac{1}{\delta} \frac{\partial}{\partial \eta} (\rho r w w) \right] = \frac{\mu}{r} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{1}{\delta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{r}{\delta} \frac{\partial w}{\partial \eta} \right) \right] + S^w \quad (4.38)$$

onde,

$$S^w = -\frac{1}{\delta} \frac{\partial p}{\partial \eta} \quad (4.39)$$

A discretização da equação 4.38 fornece,

$$a_P w_P = a_E w_E + a_W w_W + a_N w_N + a_S w_S + a_T w_T + a_B w_B + b^w \quad (4.40)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_T + a_B \quad (4.41)$$

$$b^w = S_c^w \Delta V^w + S_q^w \quad (4.42)$$

$$S_c^w = \frac{1}{\delta_P} \frac{(p_t - p_b)}{\Delta \eta^w} \quad (4.43)$$

Da mesma forma que efetuado para a velocidade v , os coeficientes a_E, a_W, a_N, a_S, a_T e a_B , são calculados através da equação 4.22 e $S_q^w = 0$ para Lei de Potência. Quando o esquema QUICK é utilizado, estes coeficientes são calculados pela equação 4.36 e S_q^w pela equação 4.37.

4.4.5. Acoplamento entre pressão e velocidade

O acoplamento entre pressão e velocidade é realizado através do algoritmo SIMPLE, onde as equações de conservação de quantidade de movimento, já discretizadas e simplificadas, são substituídas na equação da conservação da massa, chegando-se a uma equação para a correção da pressão, utilizada no processo iterativo, conforme Patankar [17]. A equação da correção da pressão é dada por,

$$a_P p_P' = a_E p_E' + a_W p_W' + a_N p_N' + a_S p_S' + a_T p_T' + a_B p_B' + b^P \quad (4.44)$$

onde,

$$\begin{aligned} a_E &= \rho_e d_e \delta_P \Delta r \Delta \eta & a_W &= \rho_w d_w \delta_P \Delta r \Delta \eta \\ a_N &= (\rho r)_n d_n \delta_P \Delta \theta \Delta \eta & a_S &= (\rho r)_s d_s \delta_P \Delta \theta \Delta \eta \end{aligned} \quad (4.45)$$

$$\begin{aligned} a_T &= (\rho r)_t d_t \Delta \theta \Delta r & a_B &= (\rho r)_b d_b \Delta \theta \Delta r \\ a_P &= a_E + a_W + a_N + a_S + a_T + a_B \end{aligned} \quad (4.46)$$

$$b^P = [(\rho u^*)_e - (\rho u^*)_w] \delta_P \Delta r \Delta \eta + [(\rho r v^*)_n - (\rho r v^*)_s] \delta_P \Delta \theta \Delta \eta + [(\rho r w^*)_t - (\rho r w^*)_b] \Delta r \Delta \theta \quad (4.47)$$

em que p' é a correção da pressão e o asterisco representa os valores da iteração anterior.

Também tem-se que,

$$\begin{aligned} d_e &= \frac{\Delta V^{u_e}}{a_e^{u_e} r_e (\theta_E - \theta_P)} & d_w &= \frac{\Delta V^{u_w}}{a_w^{u_w} r_w (\theta_P - \theta_W)} \\ d_n &= \frac{\Delta V^{v_n}}{a_n^{v_n} (r_N - r_P)} & d_s &= \frac{\Delta V^{v_s}}{a_s^{v_s} (r_P - r_S)} \\ d_t &= \frac{\Delta V^{w_t}}{a_t^{w_t} \delta_t (\eta_T - \eta_P)} & d_b &= \frac{\Delta V^{w_b}}{a_b^{w_b} \delta_b (\eta_P - \eta_B)} \end{aligned} \quad (4.48)$$

4.5. Malha Computacional

A malha computacional pode vir a exercer grande influência no resultado da simulação numérica, por isso é de grande importância a escolha de uma malha adequada. Alguns fatores devem ser considerados nesta escolha, como por exemplo,

- i. existência de elevados gradientes de velocidade no escoamento;
- ii. presença de difusão falsa no método numérico;
- iii. tempo de CPU.

Em regiões de elevados gradientes de velocidade, a malha deve ser suficientemente refinada para registrá-los. Este é o caso da região de saída do orifício de passagem e entrada do difusor que é caracterizada por grandes variações de velocidade, para pequenos afastamentos da palheta.

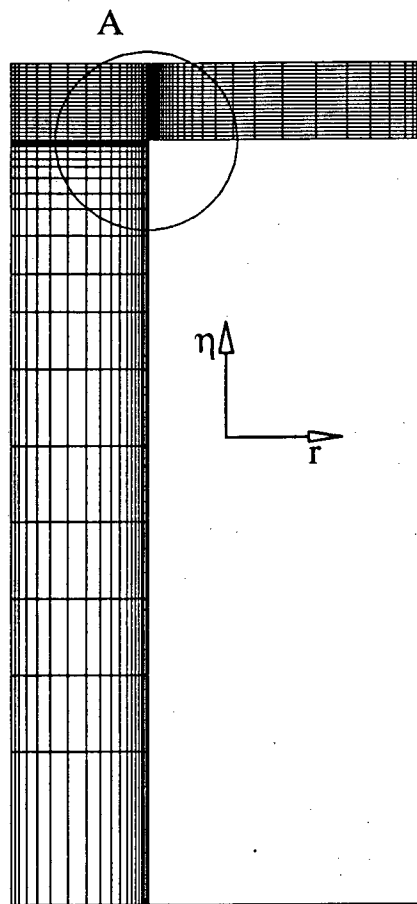
Nesta mesma região, os vetores velocidade apresentam-se desalinhados em relação à malha, devido à deflexão do escoamento causada pela presença da palheta. Decorrente disto, contribuições fisicamente inexistentes, e de origem essencialmente numérica, podem estar sendo incluídas nas grandezas de interesse, constituindo a difusão falsa. Este fenômeno ocorre quando existem gradientes das variáveis dependentes em direções normais ao fluxo ou quando o fluxo é oblíquo em relação à malha. A difusão falsa deve-se basicamente ao fato de se tratar os fluxos que atravessam as faces dos volumes como unidimensionais. Deschamps [13] apresenta um estudo da difusão falsa para difusores radiais centrados, com palheta paralela e escoamento bidimensional.

Algumas técnicas podem ser utilizadas para minimizar o efeito da difusão falsa, tais como,

- i. refino de malha;
- ii. escolha de esquemas de interpolação multidimensionais;
- iii. alinhamento da malha com o vetor velocidade.

As técnicas ii. e iii. implicam em mudanças estruturais no algoritmo de solução numérica, portanto, optou-se pelo refino de malha. A análise dos resultados obtidos para diferentes malhas, comparados aos resultados experimentais, permitiu a escolha de uma malha adequada. O tempo de processamento e o número de pontos foram fatores limitantes nesta escolha.

A Fig. 4.7 ilustra a malha utilizada nas direções r e η e a Fig. 4.8 apresenta a malha para as direções θ e r .



Malha utilizada:

Direção:	número de pontos
- circunferencial	= 16
- radial	= 60
- axial	= 43

Total de 41280 pontos

Detalhe A

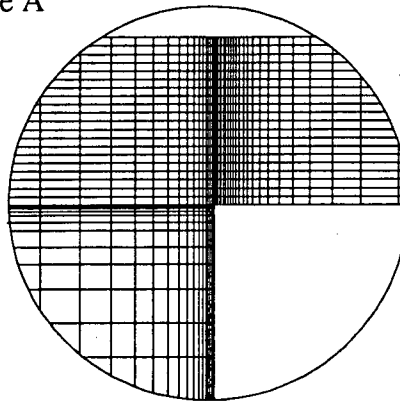
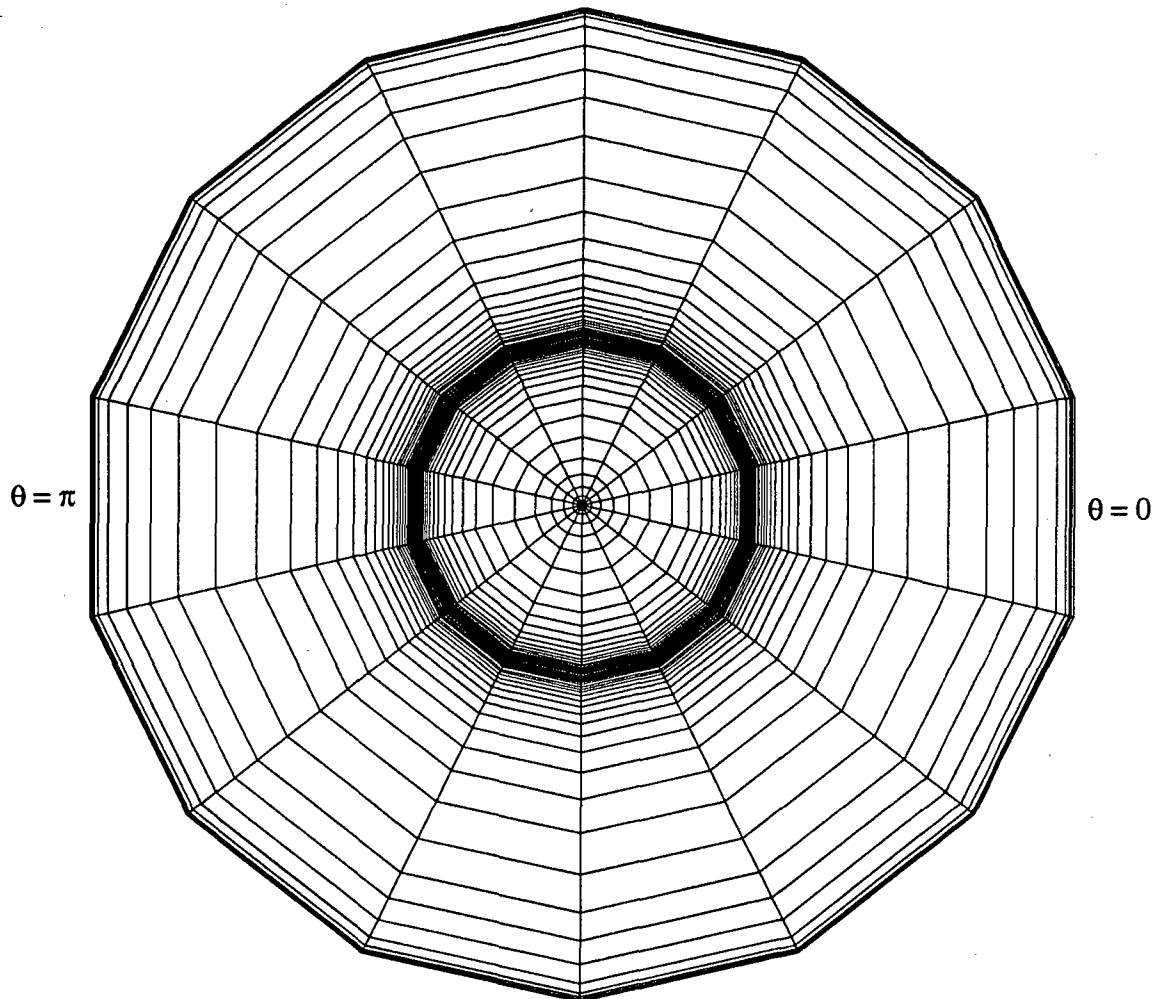


Figura 4.7 - Malha computacional nas direções r e η

Figura 4.8 - Malha computacional nas direções r e θ

4.6. Comparação entre os Esquemas Convectivos

Os esquemas do tipo "Upstream differencing", como o da Lei de Potência, muitas vezes resultam em imprecisões devidas a erros de truncamento e difusão falsa, conforme Leonard [20]. O refino de malha pode aliviar estes problemas, entretanto, em alguns casos o grau de refinamento necessário é impraticável.

Em situações onde o número de Peclet é alto, o esquema da Lei de Potência torna-se um "Upwind" puro, segundo Patankar [17]. Desta forma o valor da propriedade na face é considerada igual ao seu valor no ponto à montante, em relação ao sentido do fluxo. Assim, parte da informação de variação desta propriedade é perdida. Isto introduz um erro de primeira ordem na solução que é dependente diretamente da malha utilizada.

No esquema QUICK, a interpolação é feita através de um polinômio quadrático e sempre são utilizados dois pontos à montante e um à jusante, em relação ao sentido do fluxo convectivo. Com isto tenta-se fornecer ao valor interpolado um histórico do escoamento, considerando-se sua variação ao longo dos volumes. Desta forma, o erro de truncamento é reduzido e consegue-se chegar mais próximo da solução do problema sem a necessidade de um refino excessivo de malha.

Uma desvantagem do esquema QUICK é a instabilidade observada para os maiores números de Reynolds. Esta instabilidade pode ser atenuada pois utilizou-se a formulação do QUICK consistente proposta por Hayase e outros [18]. Porém, em alguns casos, não se conseguiu a convergência completa dos campos de pressão e velocidade, quando este esquema foi utilizado nas direções radial e axial, simultaneamente. Nestas situações, o QUICK foi utilizado apenas na direção radial e a Lei de Potência nas demais direções, possibilitando a convergência.

As Figs. 4.9 e 4.10 apresentam comparações entre os resultados numéricos obtidos para o perfil de pressão sobre a palheta, utilizando os dois esquemas convectivos. Na obtenção destes resultados foram utilizados malha e critério de convergência idênticos.

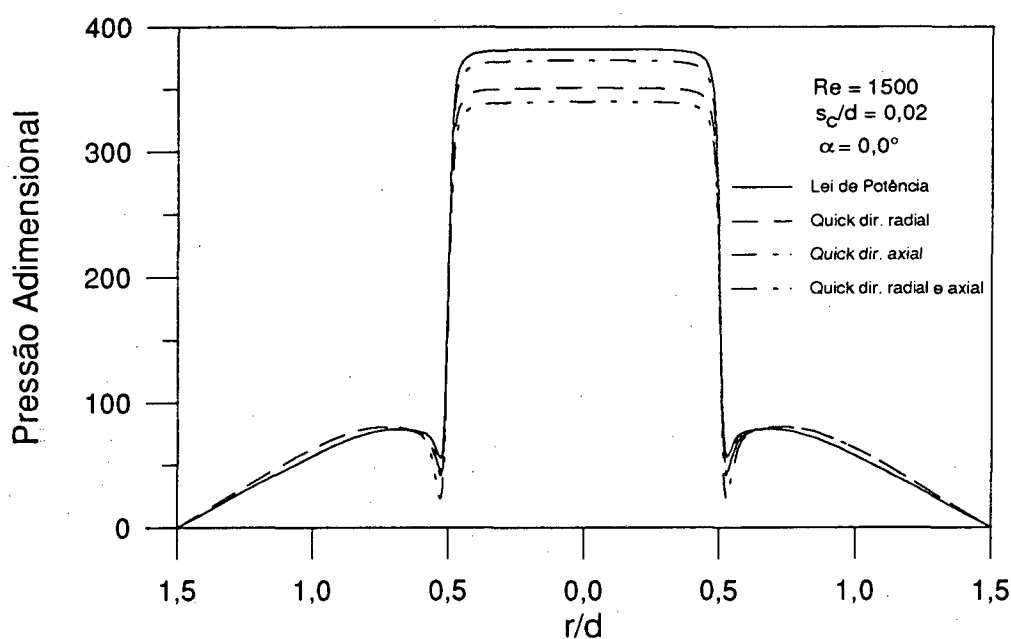


Figura 4.9 - Comparação entre os resultados numéricos utilizando-se os esquemas convectivos QUICK e Lei de Potência para $Re = 1500$, $s_c/d = 0,02$ e $\alpha = 0,0^\circ$

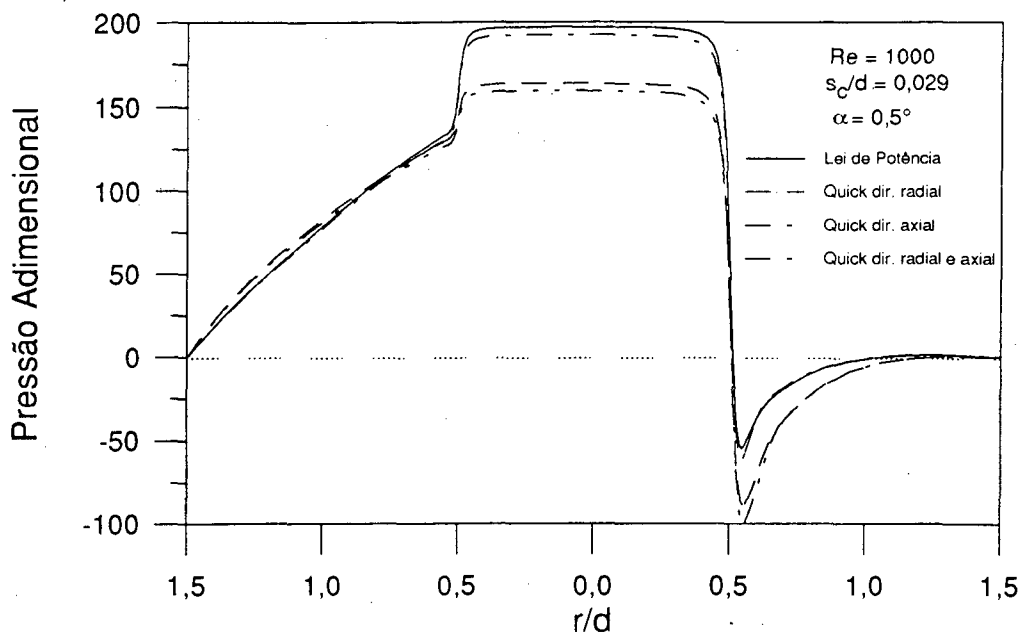


Figura 4.10 - Comparação entre os resultados numéricos utilizando-se os esquemas convectivos QUICK e Lei de Potência para $Re = 1000$, $s_c/d = 0,029$ e $\alpha = 0,5^\circ$

Para analisar o efeito dos esquemas convectivos no campo de velocidades foram preparadas as figuras 4.12, 4.13, que apresentam a magnitude do vetor velocidade e o ângulo de inclinação em relação à horizontal, para regiões específicas do difusor. Estas regiões são apresentadas na Fig. 4.11.

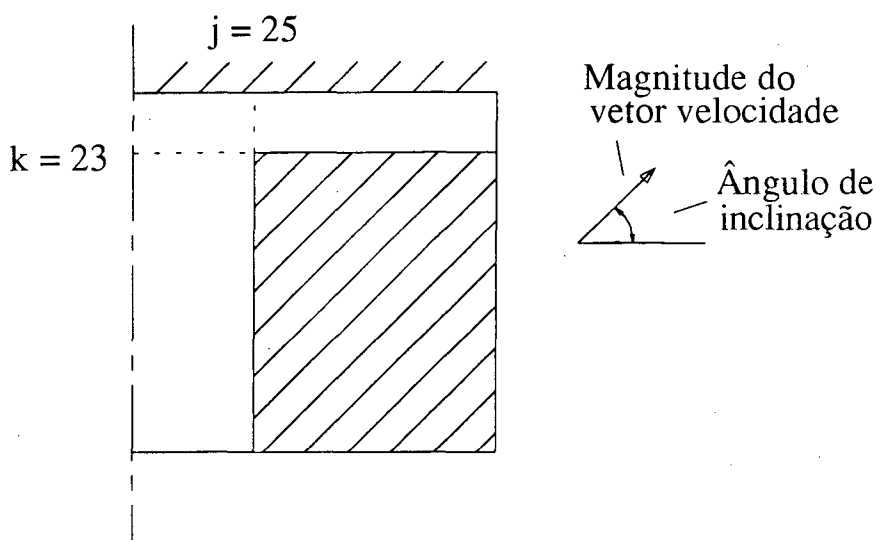


Figura 4.11 - Posição dos perfis de velocidade

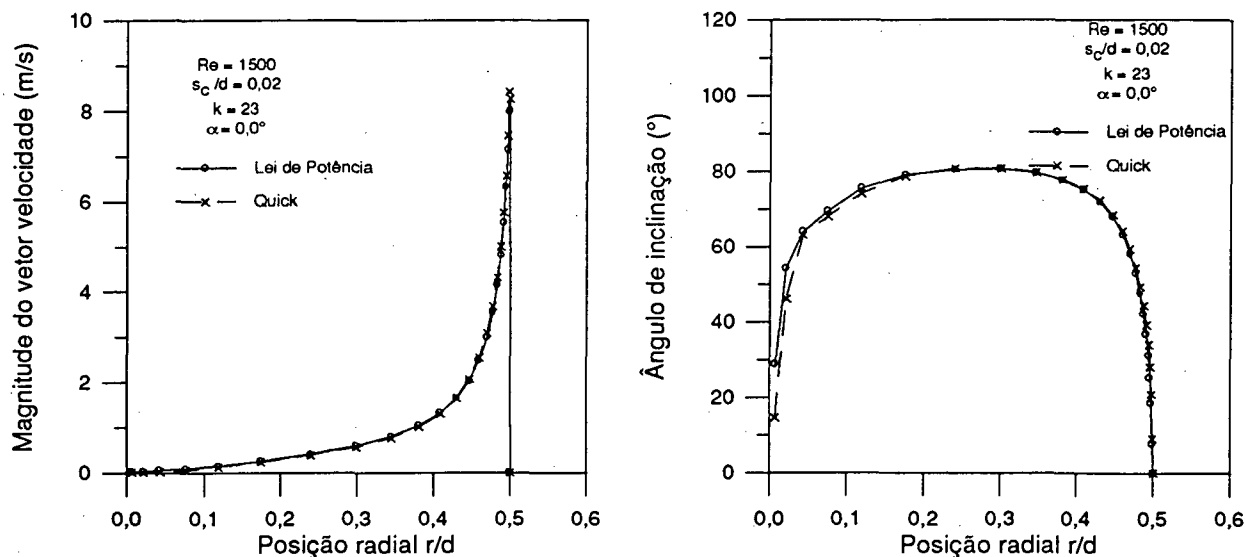


Figura 4.12 - Comparação de velocidades ao longo da direção radial, previstas pelos dois esquemas convectivos para $Re = 1500$, $s_c/d = 0,02$ e $\alpha = 0,0^\circ$

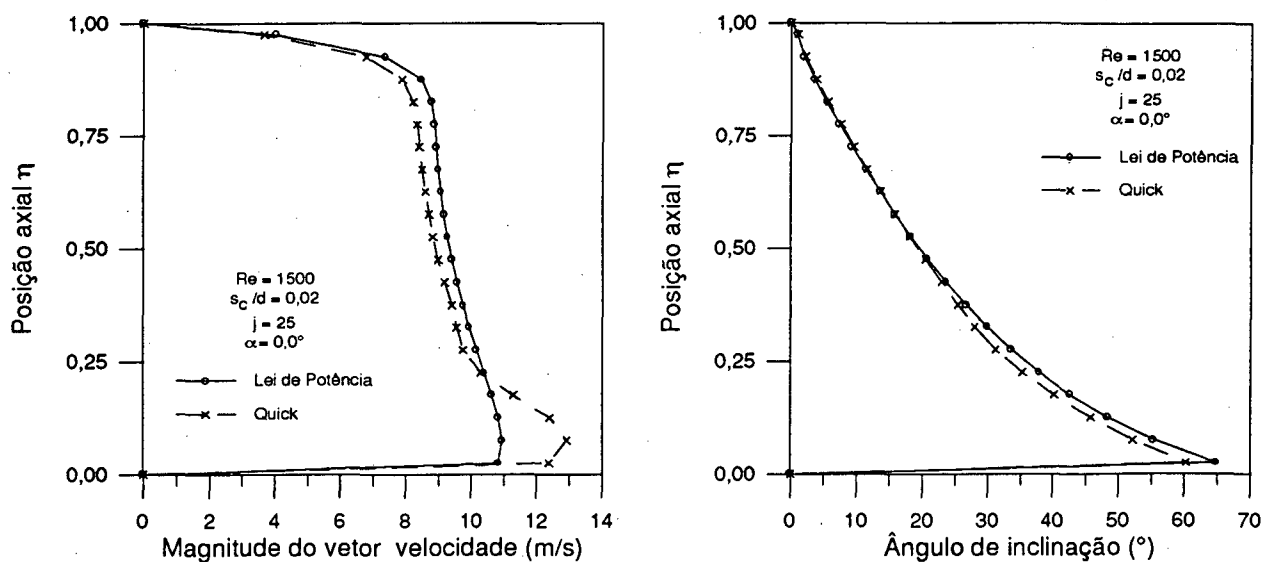


Figura 4.13 - Comparação de velocidades ao longo da direção axial, previstas pelos dois esquemas convectivos para $Re = 1500$, $s_c/d = 0,02$ e $\alpha = 0,0^\circ$

O esquema QUICK prevê maiores velocidades na região em que se dá a curvatura do escoamento, principalmente na quina do assento. Em compensação, as velocidades na região central do difusor são um pouco menores. Estes dois fatores explicam a queda da pressão na região de estagnação e a maior queda da pressão na região próxima à quina, previstas pelo QUICK.

4.7. Validação da Solução Numérica

A validação da solução numérica é efetuada através da comparação dos perfis de pressão sobre a palheta obtidos pela simulação e resultados experimentais. Também é feita uma comparação com a solução analítica para o difusor radial com palheta paralela.

4.7.1. Comparação com solução analítica

Para situações de baixos números de Reynolds e pequenos afastamentos, os efeitos viscosos predominam sobre os efeitos de inércia. Nestas condições e no caso de palheta paralela, onde o escoamento é axialmente simétrico, é possível obter soluções analíticas aproximadas para a distribuição de pressão sobre a palheta.

Desprezando os termos de inércia e assumindo escoamento isotérmico, incompressível, plenamente desenvolvido e em regime permanente, a equação do movimento pode ser integrada ao longo da direção r , fornecendo:

$$p^*(R) = \frac{3 \ln[0,5 (D/d)/R]}{Re (s/d)^3} \quad (4.49)$$

onde,

$p^*(R)$ - pressão adimensional na posição R ;

(s/d) - afastamento adimensional entre palheta e assento;

Re - número de Reynolds no orifício de passagem ($\rho \bar{w} d / \mu$);

D/d - relação entre o diâmetro da palheta, D , e o diâmetro do orifício de passagem, d ;

R - posição radial adimensional (r/d);

\bar{w} - velocidade média do escoamento no orifício de passagem;

A Fig. 4.10 apresenta a comparação entre as distribuições de pressão sobre a palheta, obtidas numericamente pelo método dos volumes finitos e analiticamente pela equação 4.49, para $Re = 70$ e $s/d = 0,01$.

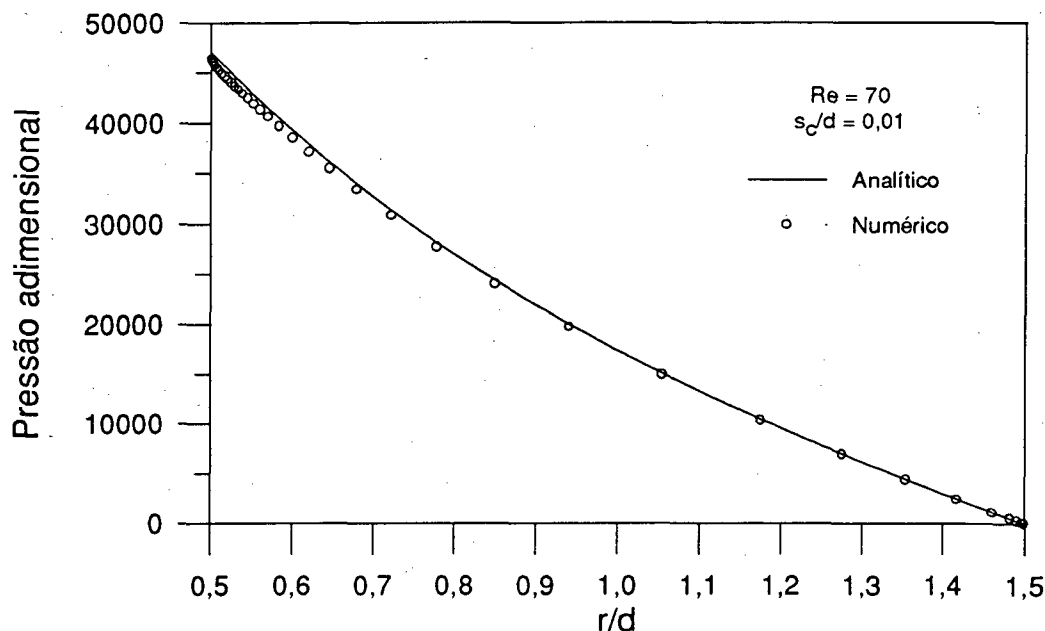


Figura 4.14 - Comparação entre a solução analítica e numérica para
 $Re = 70$, $s_c/d = 0,01$ e $\alpha = 0,0^\circ$

Como pode-se observar, os resultados obtidos numericamente comparam bem com a solução analítica.

4.7.2. Comparação com resultados experimentais

A validação do modelo numérico é completada através da comparação de resultados numéricos e experimentais.

A seguir são apresentadas comparações dos perfis de pressão sobre a palheta, obtidos da simulação e do experimento, para diversas vazões, afastamentos e inclinações. Os números de Reynolds situaram-se na faixa de 1000 a 2500 e os afastamentos adimensionais s_c/d próximos a 0,012 e 0,020. As inclinações são inferiores a $0,6^\circ$.

Várias tomadas de dados foram repetidas para os casos experimentados, observando-se boa repetibilidade dos resultados.

As condições de teste são apresentadas nos próprios gráficos, nas Figs. 4.15 a 4.39. Os gráficos acompanhados de um asterisco caracterizam as situações em que utilizou-se o esquema convectivo QUICK apenas na direção radial, no modelo numérico.

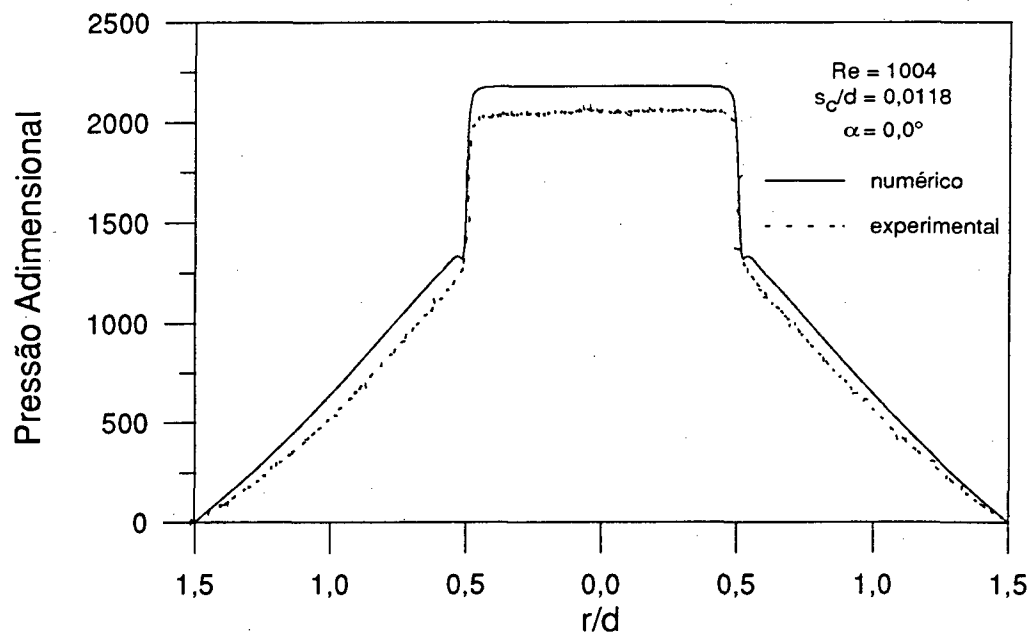


Figura 4.15 - Comparação entre resultados numérico e experimental para $Re = 1004$, $s_c/d = 0,0118$ e $\alpha = 0,0^\circ$

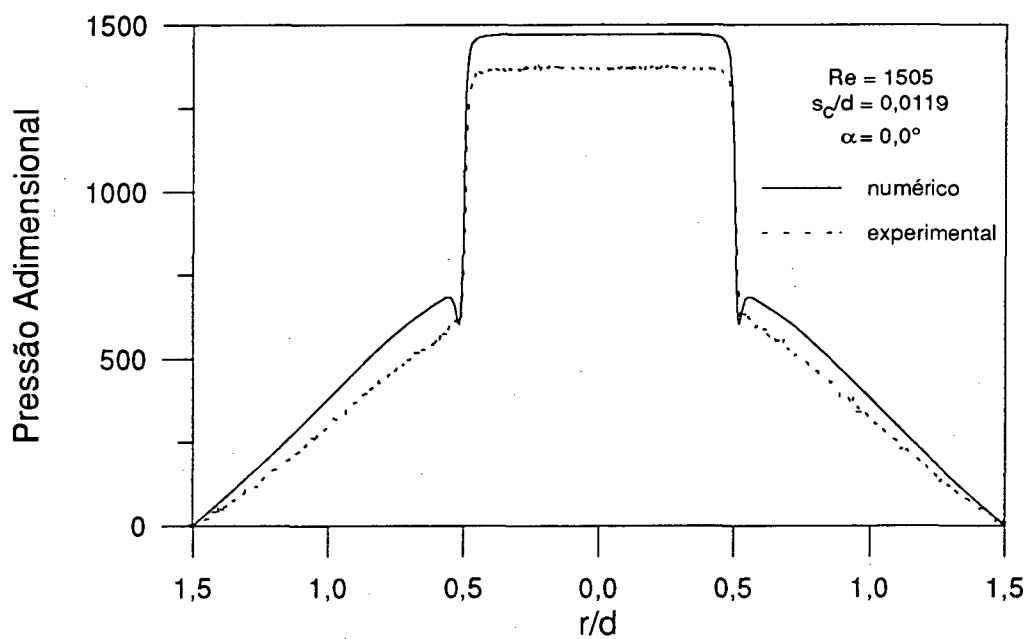


Figura 4.16 - Comparação entre resultados numérico e experimental para $Re = 1505$, $s_c/d = 0,0119$ e $\alpha = 0,0^\circ$

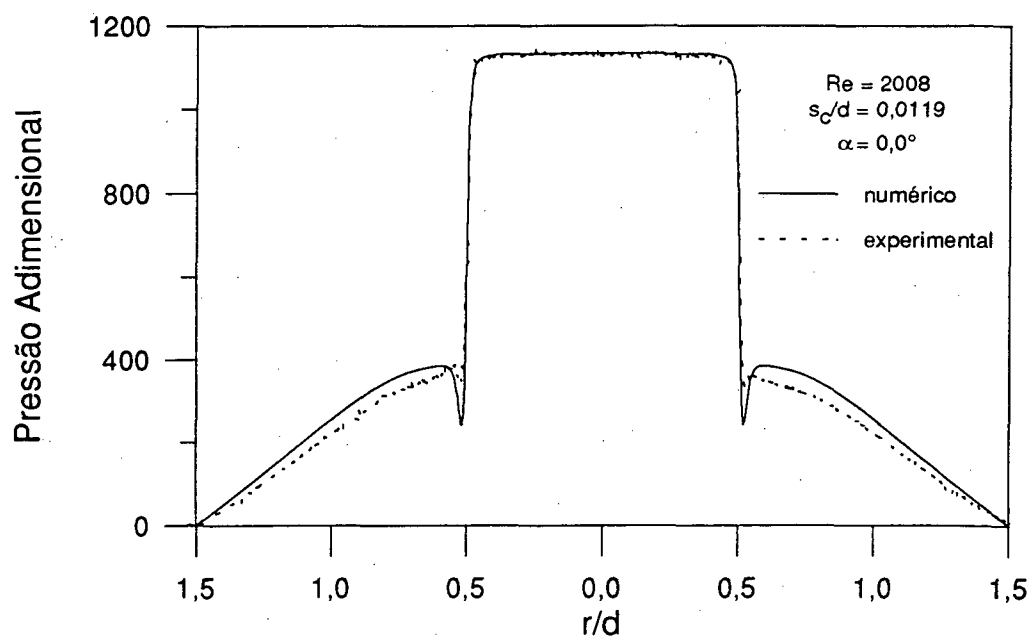


Figura 4.17 - Comparação entre resultados numérico e experimental para $Re = 2008$, $s_c/d = 0,0119$ e $\alpha = 0,0^\circ$

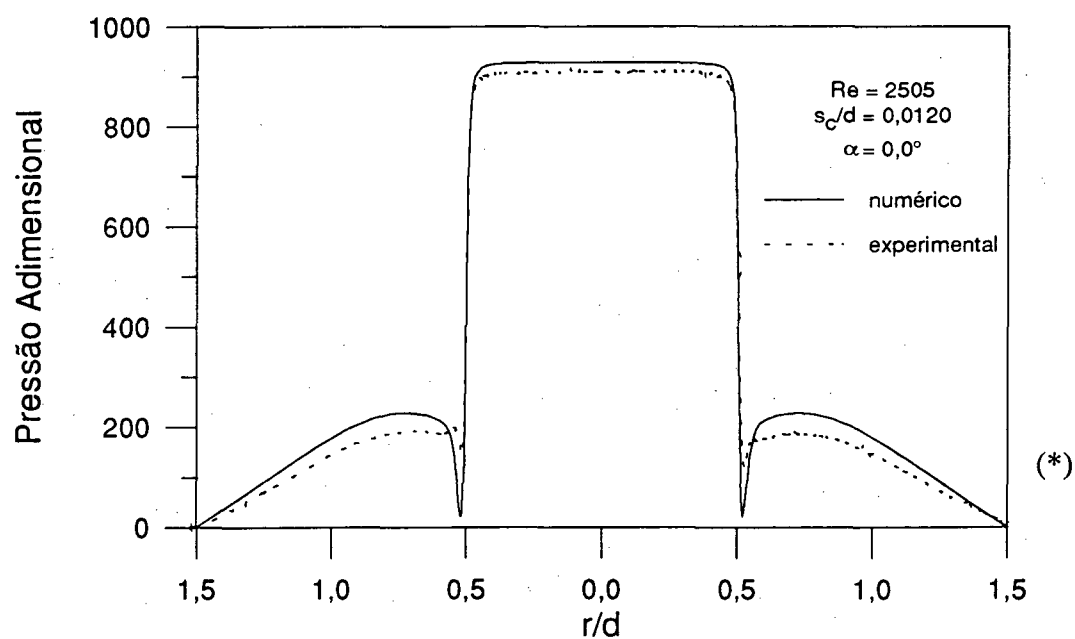


Figura 4.18 - Comparação entre resultados numérico e experimental para $Re = 2505$, $s_c/d = 0,0120$ e $\alpha = 0,0^\circ$

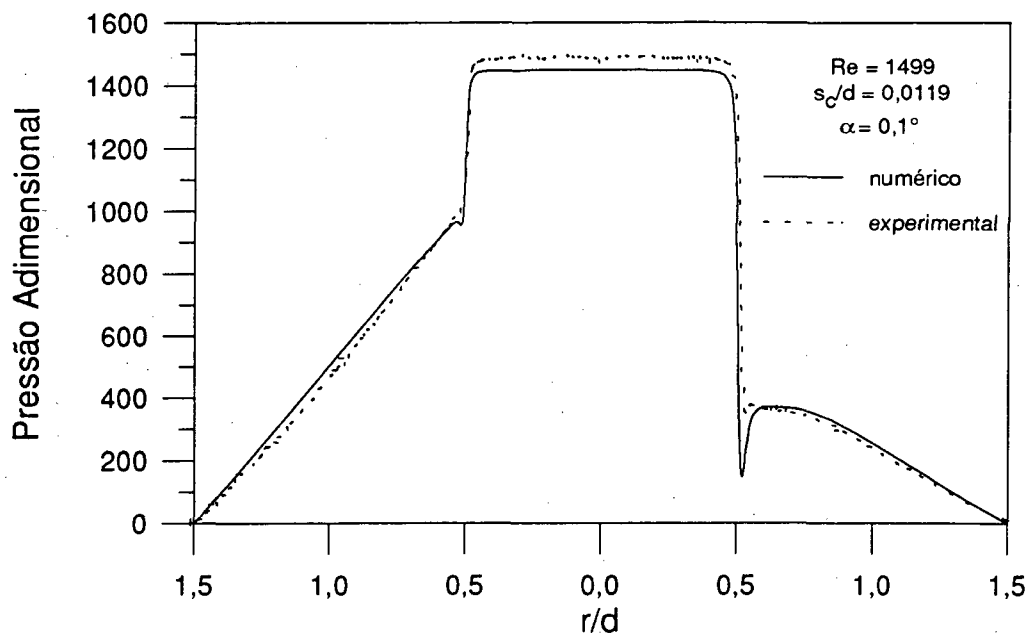


Figura 4.19 - Comparação entre resultados numérico e experimental para
 $Re = 1499$, $s_c/d = 0,0119$ e $\alpha = 0,1^\circ$

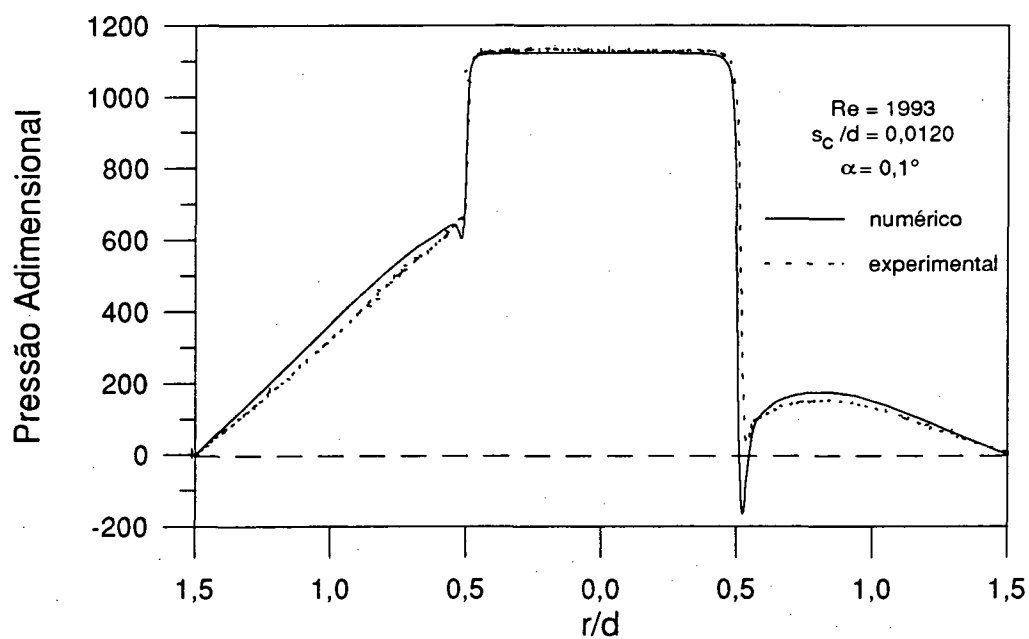


Figura 4.20 - Comparação entre resultados numérico e experimental para
 $Re = 1993$, $s_c/d = 0,0120$ e $\alpha = 0,1^\circ$

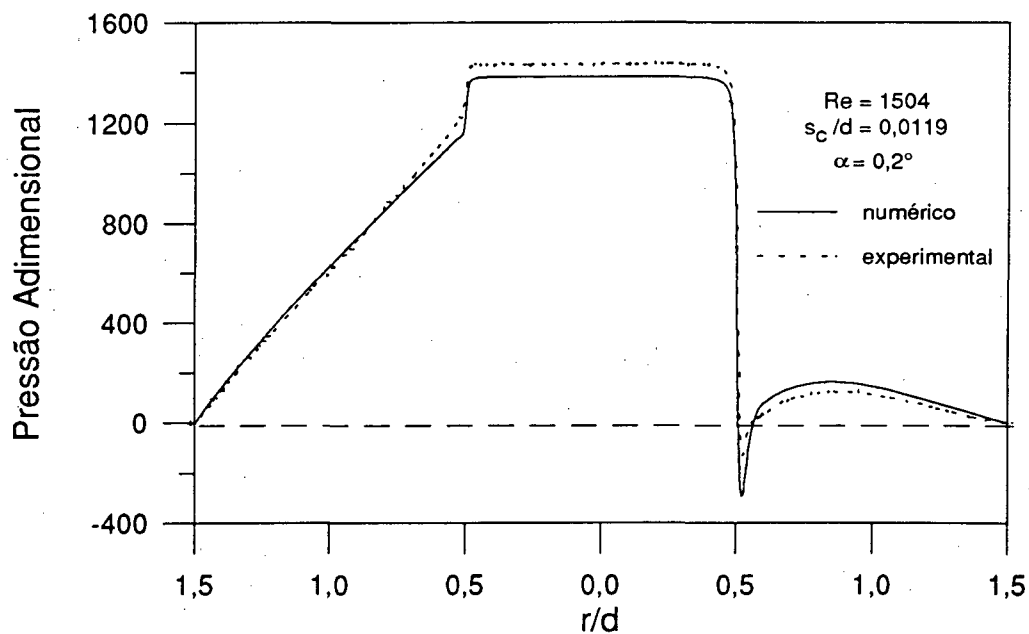


Figura 4.21 - Comparação entre resultados numérico e experimental para $Re = 1504$, $s_c/d = 0,0119$ e $\alpha = 0,2^\circ$

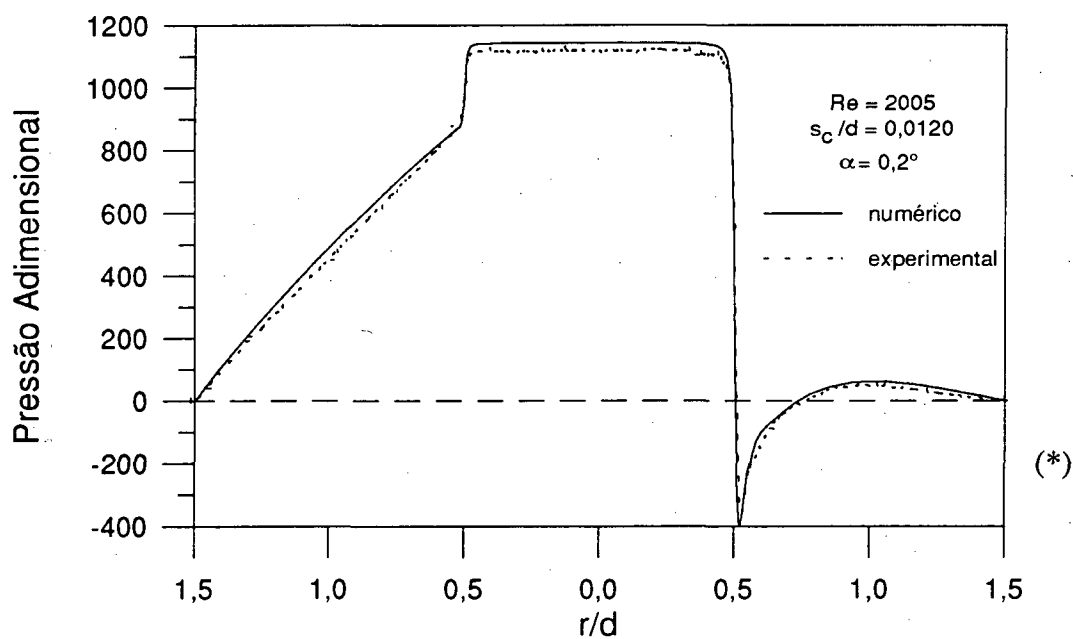


Figura 4.22 - Comparação entre resultados numérico e experimental para $Re = 2005$, $s_c/d = 0,0120$ e $\alpha = 0,2^\circ$

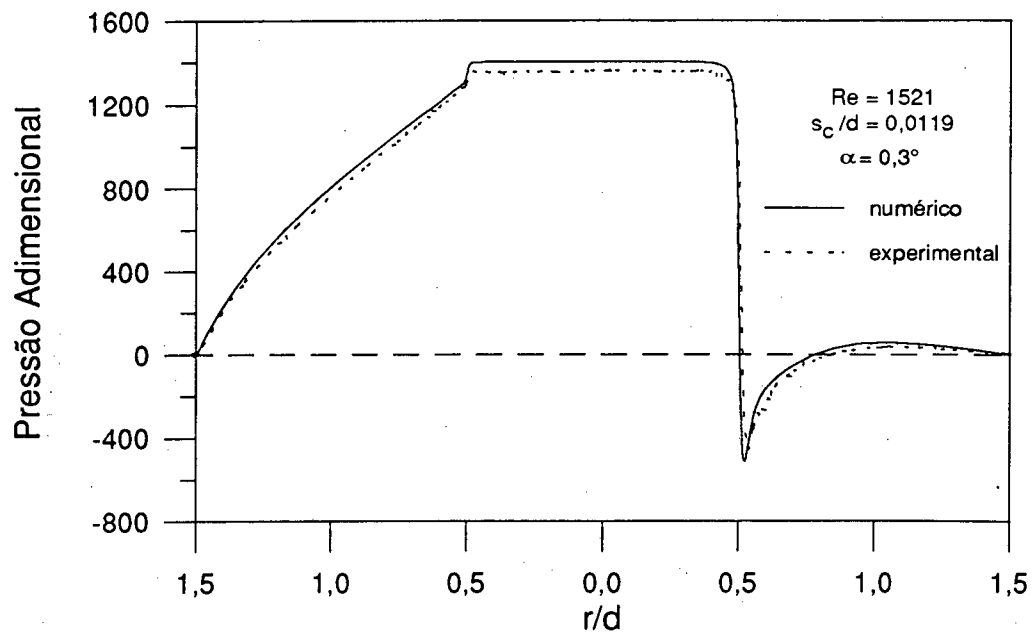


Figura 4.23 - Comparação entre resultados numérico e experimental para $Re = 1521$, $s_c/d = 0,0119$ e $\alpha = 0,3^\circ$

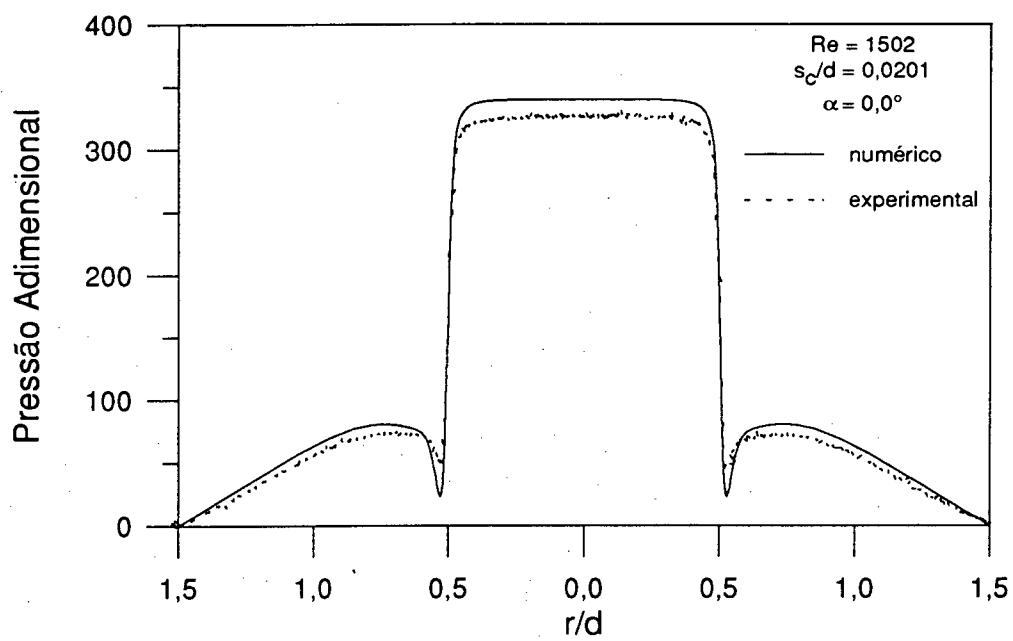


Figura 4.24 - Comparação entre resultados numérico e experimental para $Re = 1502$, $s_c/d = 0,0201$ e $\alpha = 0,0^\circ$

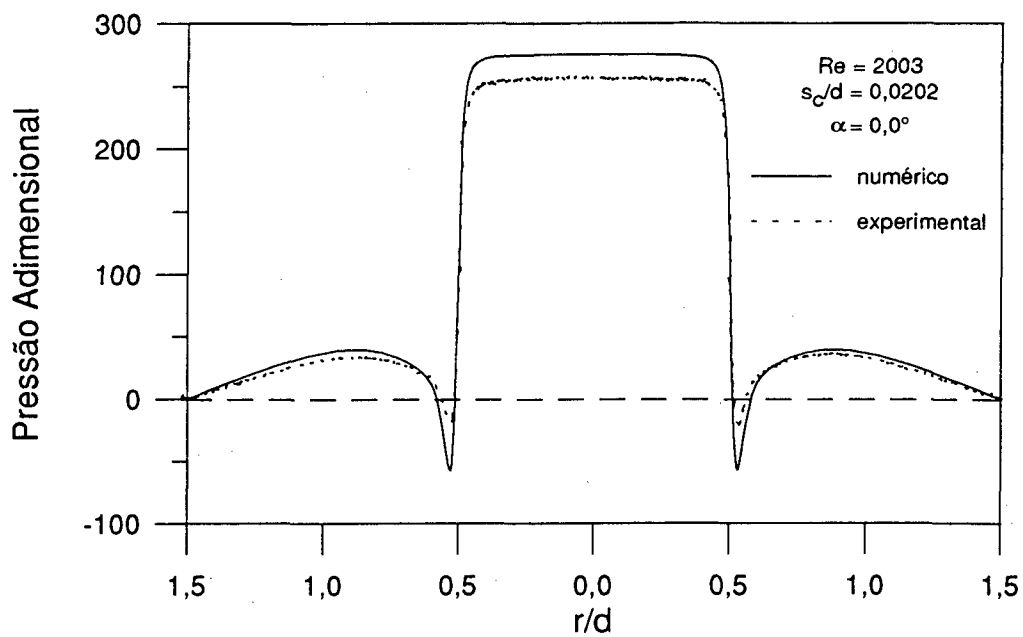


Figura 4.25 - Comparação entre resultados numérico e experimental para $Re = 2003$, $s_c/d = 0,0202$ e $\alpha = 0,0^\circ$

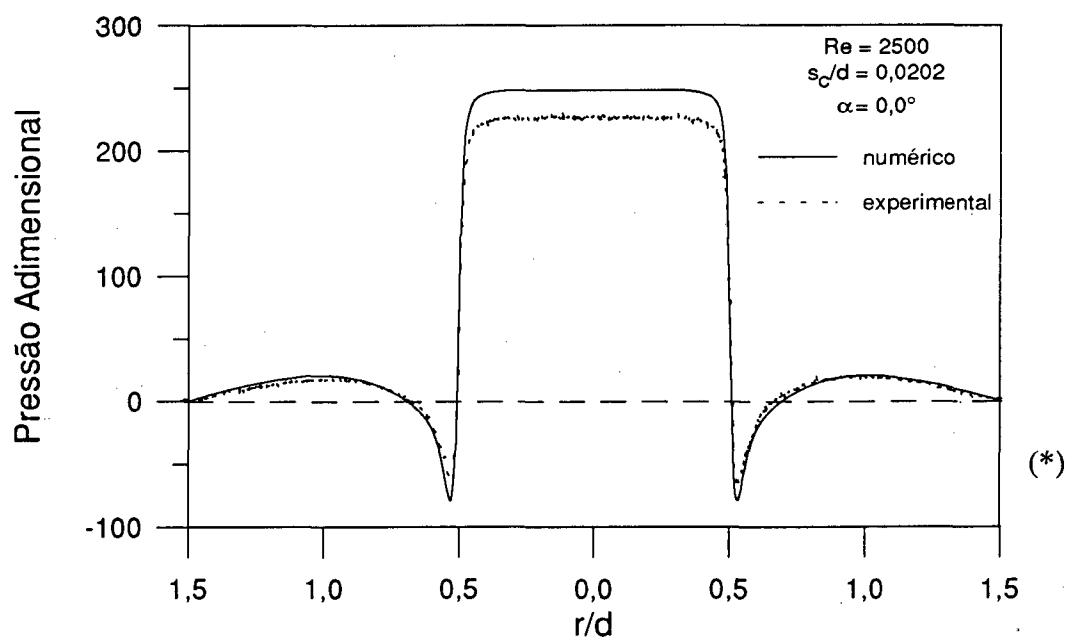


Figura 4.26 - Comparação entre resultados numérico e experimental para $Re = 2500$, $s_c/d = 0,0202$ e $\alpha = 0,0^\circ$

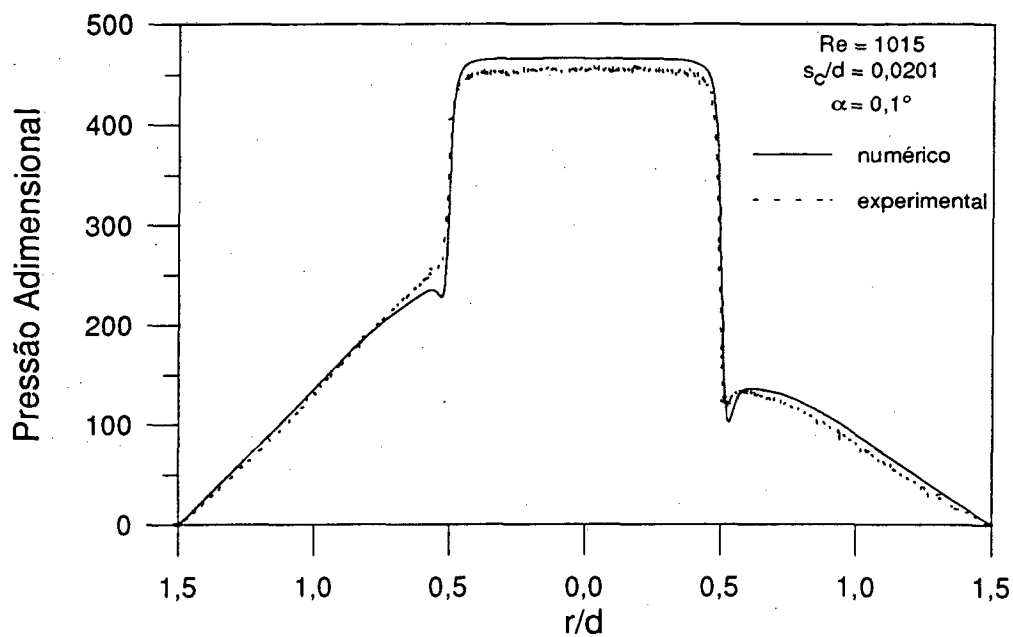


Figura 4.27 - Comparação entre resultados numérico e experimental para $Re = 1015$, $s_c/d = 0,0201$ e $\alpha = 0,1^\circ$

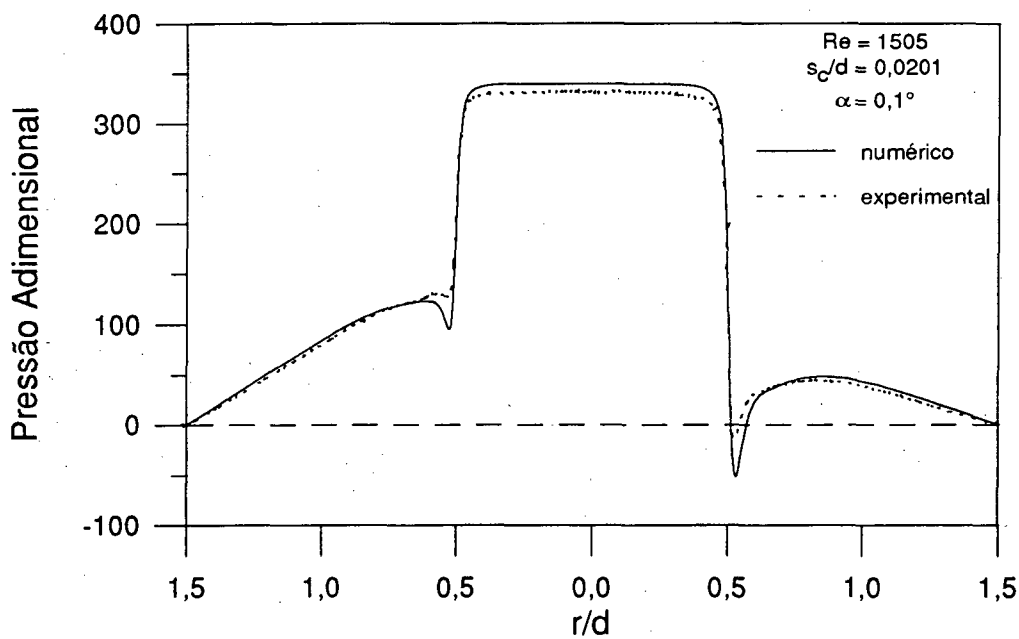


Figura 4.28 - Comparação entre resultados numérico e experimental para $Re = 1505$, $s_c/d = 0,0201$ e $\alpha = 0,1^\circ$

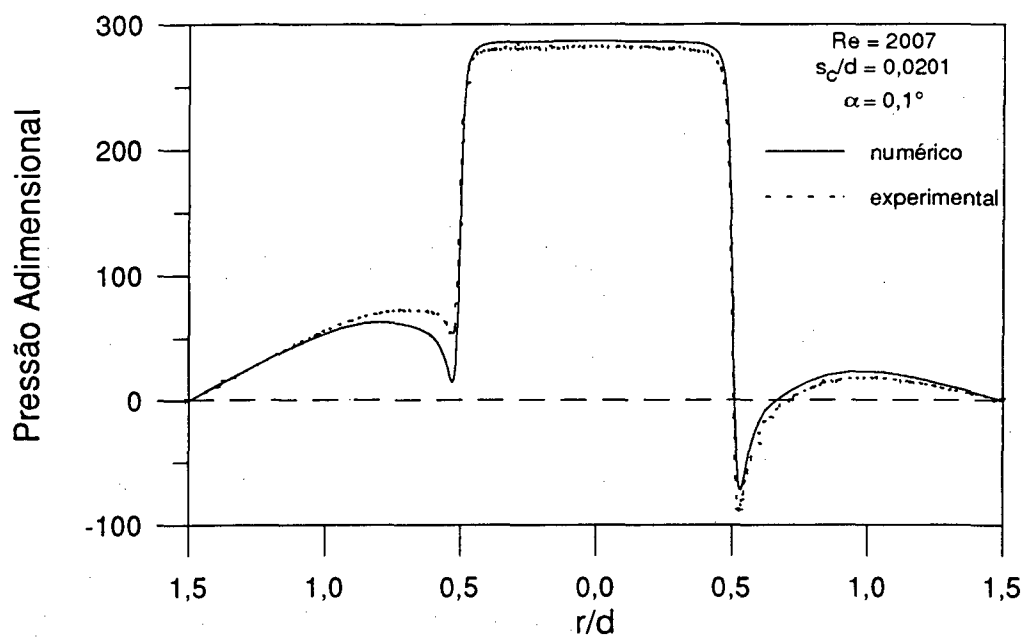


Figura 4.29 - Comparação entre resultados numérico e experimental para
 $Re = 2007$, $s_c/d = 0,0201$ e $\alpha = 0,1^\circ$

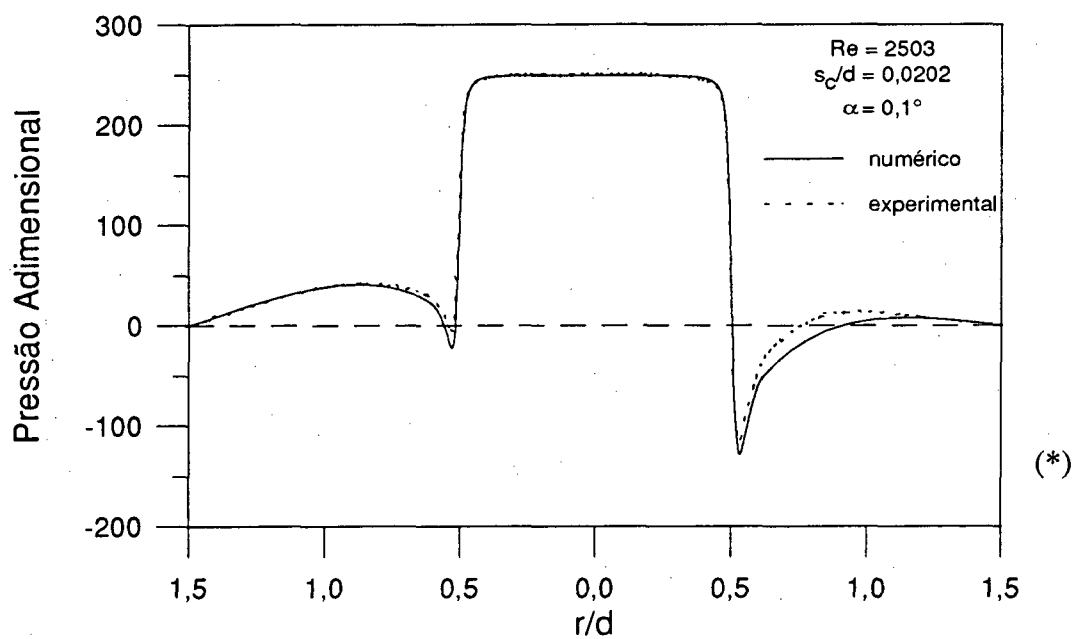


Figura 4.30 - Comparação entre resultados numérico e experimental para
 $Re = 2503$, $s_c/d = 0,0202$ e $\alpha = 0,1^\circ$

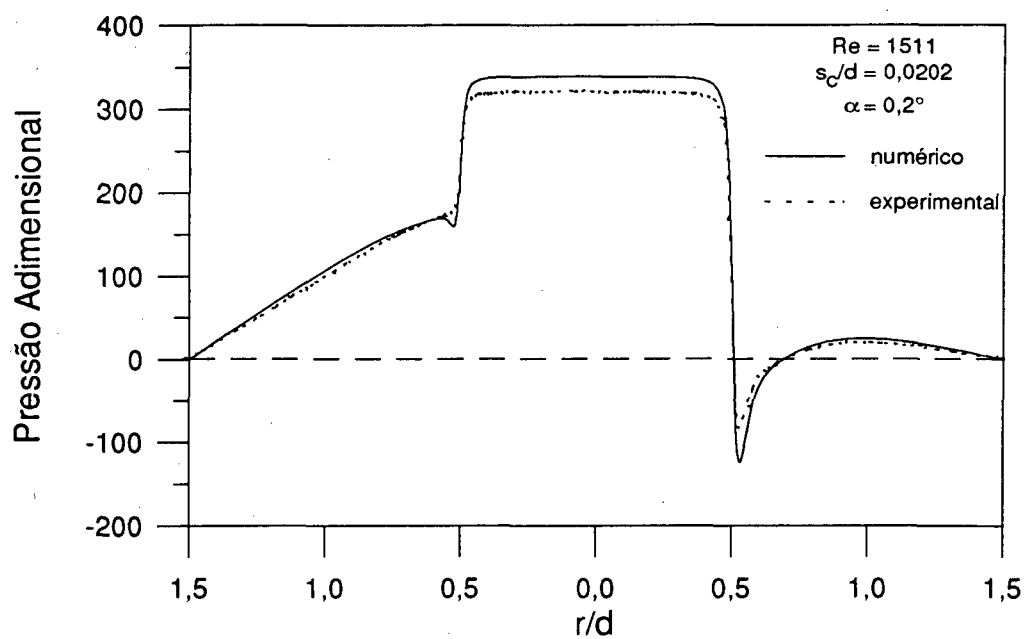


Figura 4.31 - Comparação entre resultados numérico e experimental para $Re = 1511$, $s_c/d = 0,0202$ e $\alpha = 0,2^\circ$

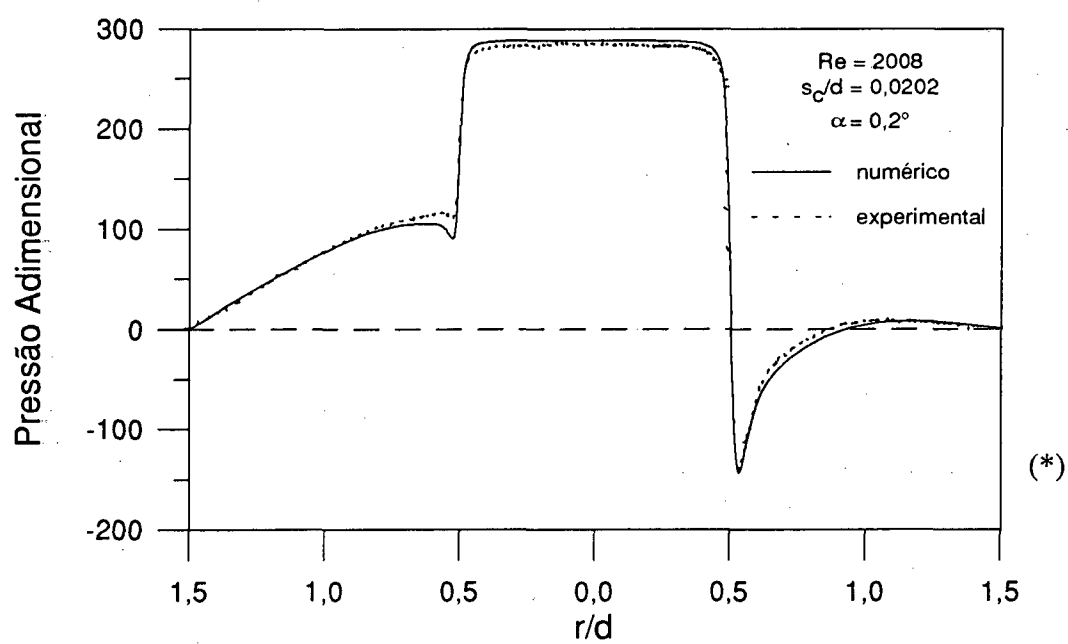


Figura 4.32 - Comparação entre resultados numérico e experimental para $Re = 2008$, $s_c/d = 0,0202$ e $\alpha = 0,2^\circ$

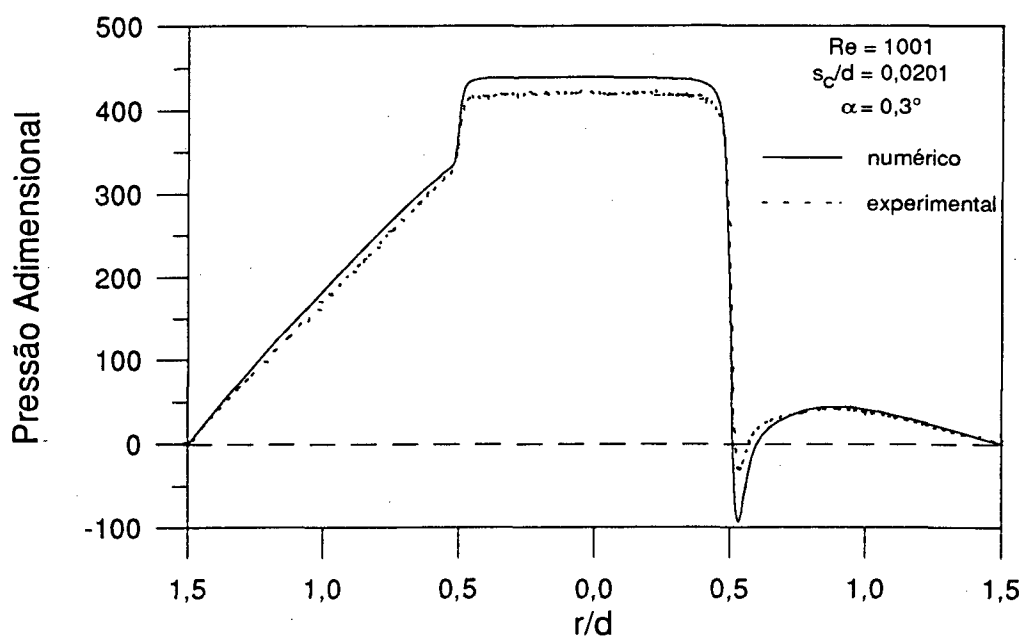


Figura 4.33 - Comparação entre resultados numérico e experimental para $Re = 1001$, $s_c/d = 0,0201$ e $\alpha = 0,3^\circ$

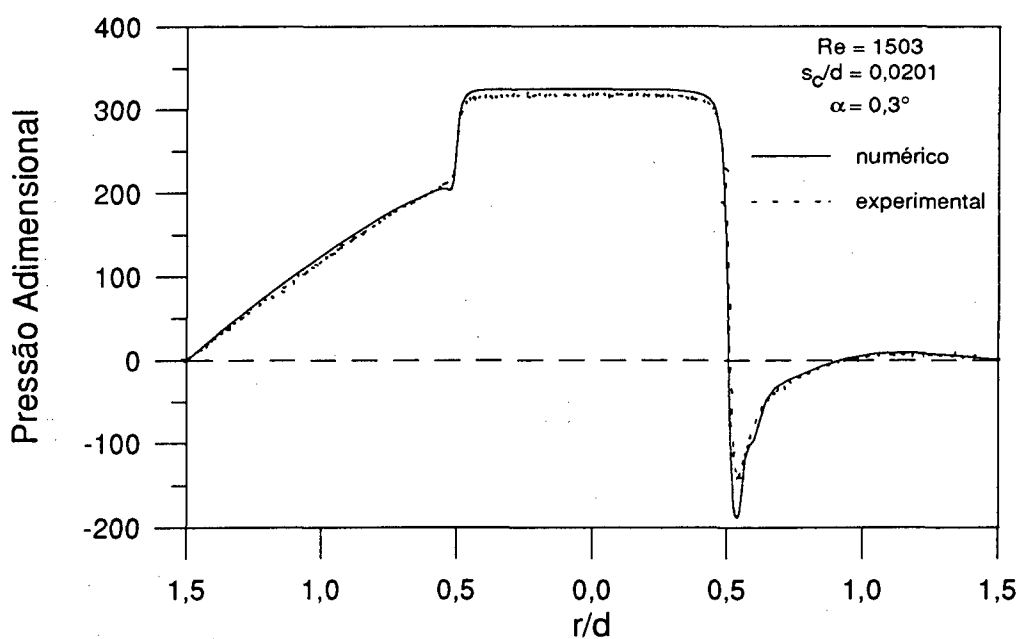


Figura 4.34 - Comparação entre resultados numérico e experimental para $Re = 1503$, $s_c/d = 0,0201$ e $\alpha = 0,3^\circ$

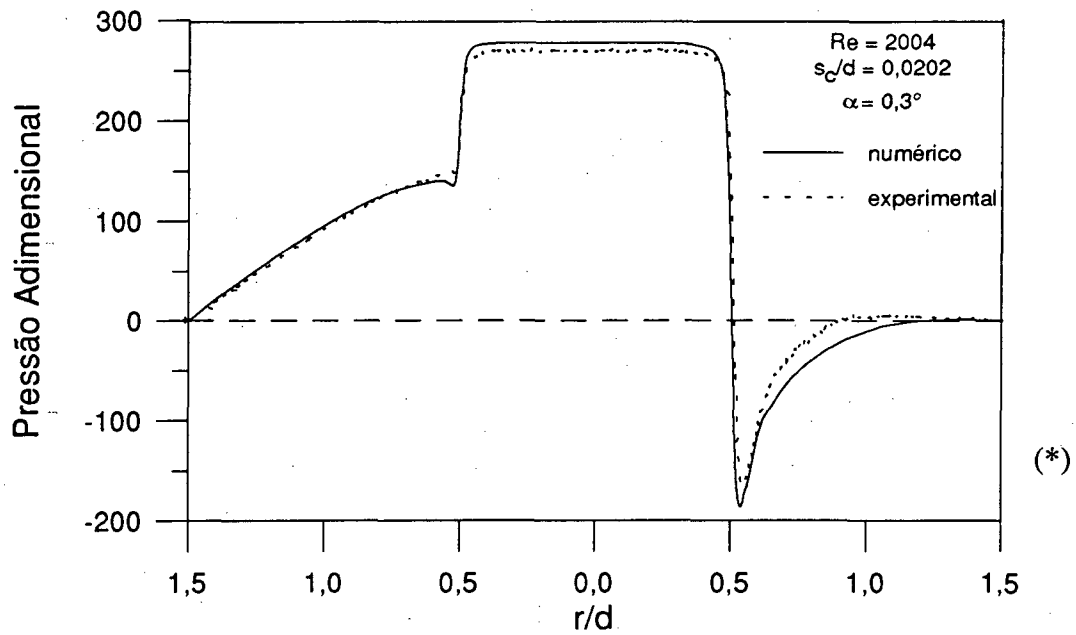


Figura 4.35 - Comparação entre resultados numérico e experimental para $Re = 2004$, $s_c/d = 0,0202$ e $\alpha = 0,3^\circ$

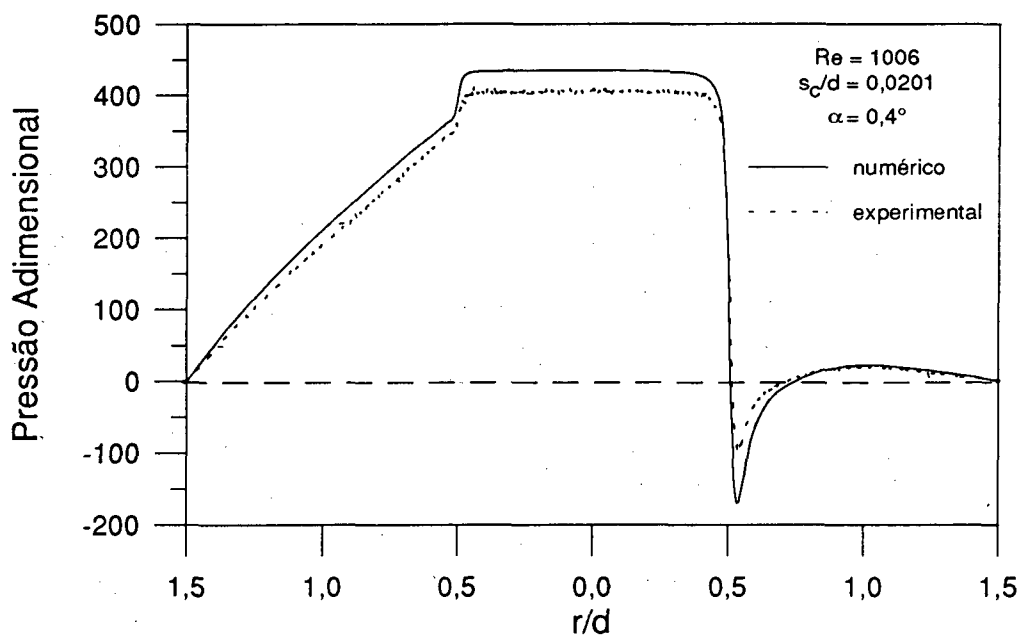


Figura 4.36 - Comparação entre resultados numérico e experimental para $Re = 1006$, $s_c/d = 0,0201$ e $\alpha = 0,4^\circ$

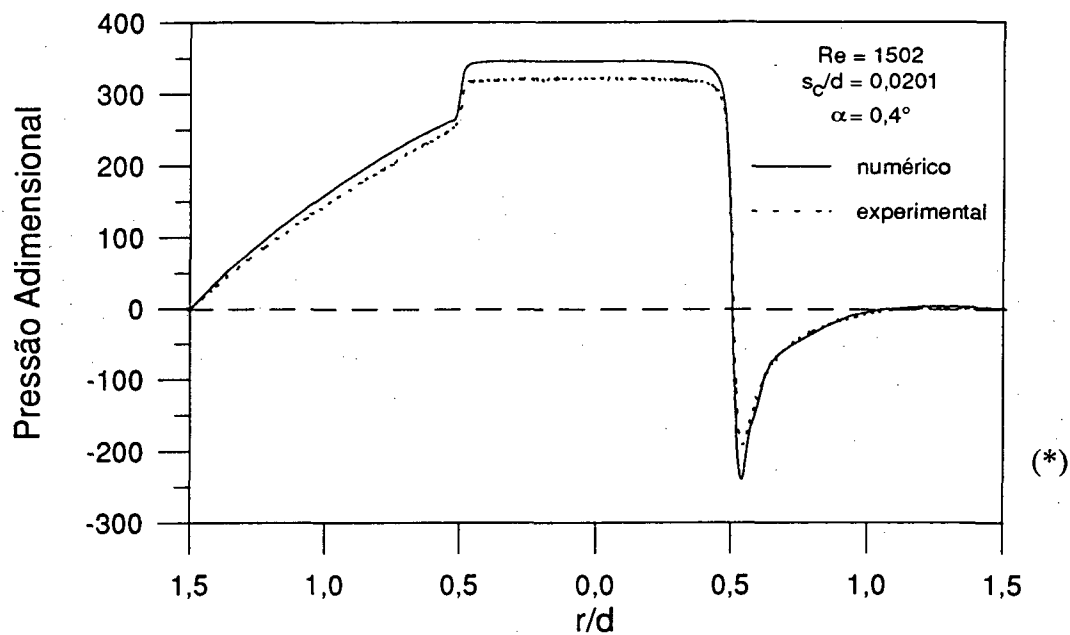


Figura 4.37 - Comparação entre resultados numérico e experimental para

$Re = 1502$, $s_c/d = 0,0201$ e $\alpha = 0,4^\circ$

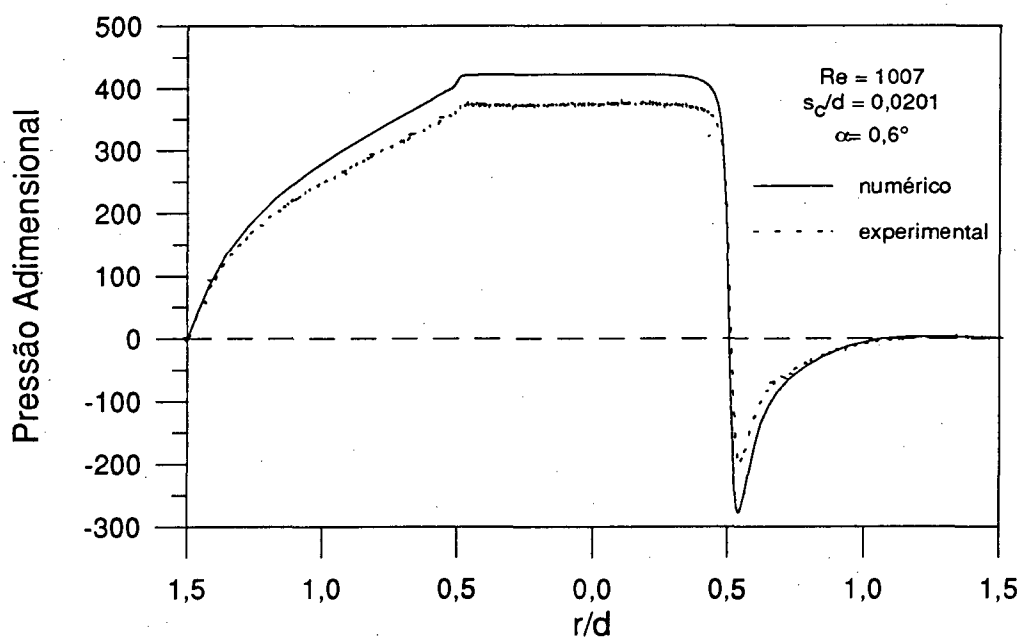


Figura 4.38 - Comparação entre resultados numérico e experimental para

$Re = 1007$, $s_c/d = 0,0201$ e $\alpha = 0,6^\circ$

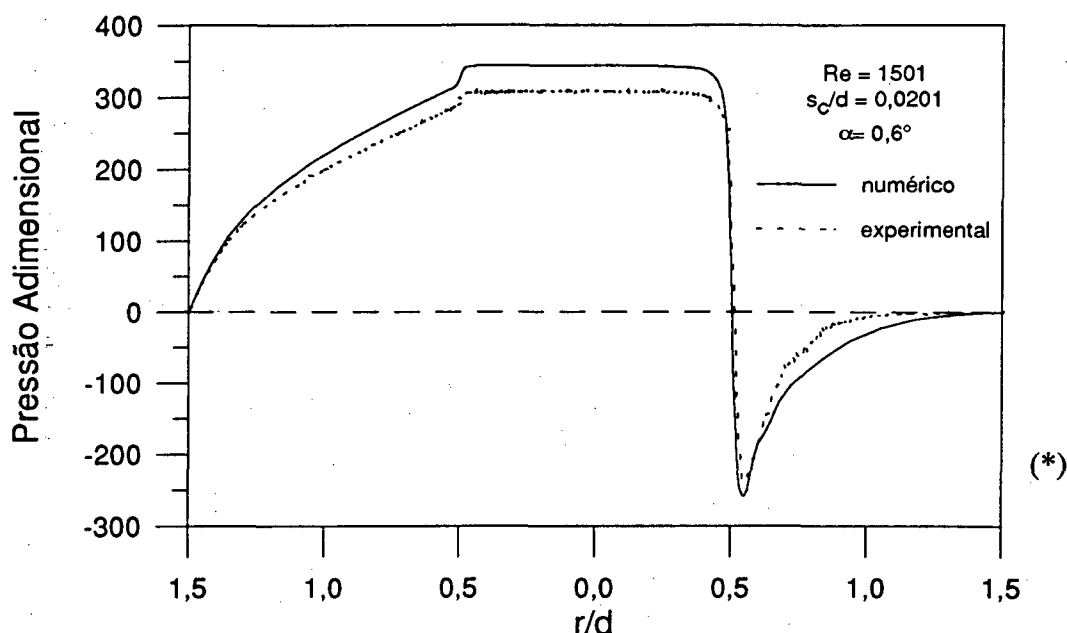


Figura 4.39 - Comparação entre resultados numérico e experimental para

$$Re = 1501, s_c/d = 0,0201 \text{ e } \alpha = 0,6^\circ$$

A comparação entre os resultados numéricos e experimentais é considerada boa, e observa-se uma diferença em torno de 10% na pressão de estagnação, sendo que o método numérico, em quase todas as situações estudadas, previu pressões maiores.

O efeito da inclinação da palheta sobre a distribuição de pressão foi captada com bastante precisão, o que valida o modelo numérico para pequenas inclinações, desenvolvido neste estudo.

Em afastamentos adimensionais próximos a 0,012 observa-se que os resultados experimentais não mostram o pico de queda brusca de pressão na região próxima à quina, prevista pelo método numérico. Isto pode ser atribuído à dimensão do diâmetro da tomada de pressão que recobre a distância em que se dá este pico, medindo uma pressão média nesta região. Uma possível solução é a diminuição deste diâmetro, porém isto retardará a resposta em frequência do transdutor de pressão. Sugere-se que, em trabalhos futuros, seja feita uma análise neste sentido para determinar-se um diâmetro adequado da tomada de pressão. Também nestes afastamentos, a posição da palheta influi consideravelmente sobre o escoamento, aumentando a incerteza de medição.

Para avaliar esta incerteza relacionada ao afastamento, foram preparadas as Figs. 4.40 e 4.41 onde os resultados numéricos são obtidos para o afastamento medido e para os limites de incerteza de medição, $\pm 5 \mu\text{m}$.

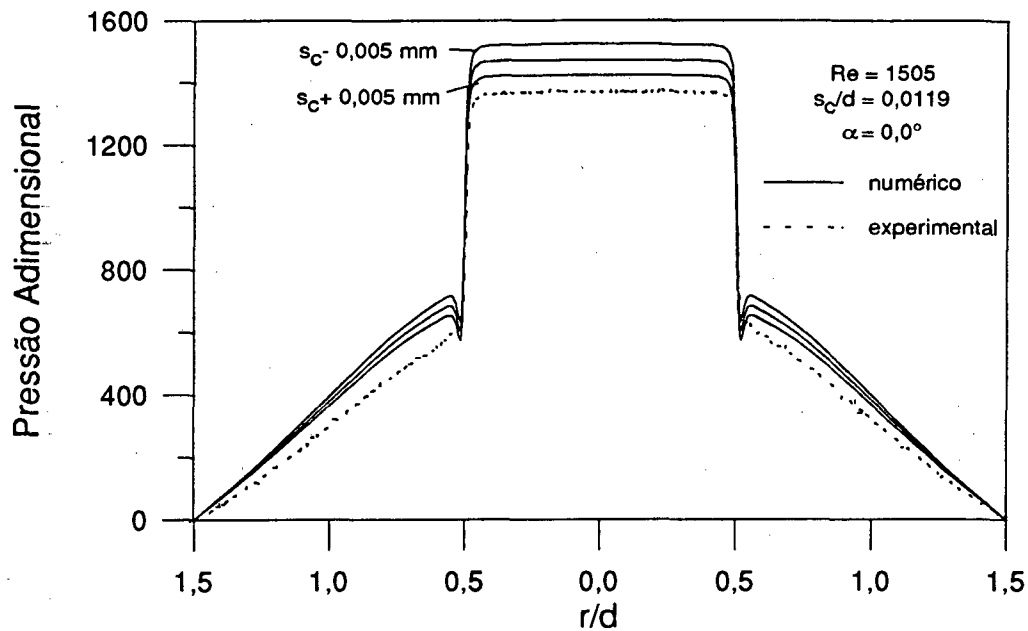


Figura 4.40 - Comparação entre resultados numéricos e experimental para $Re = 1505$, $s_c/d = 0,0119$ e $\alpha = 0,0^\circ$, incluindo a incerteza de medição no afastamento.

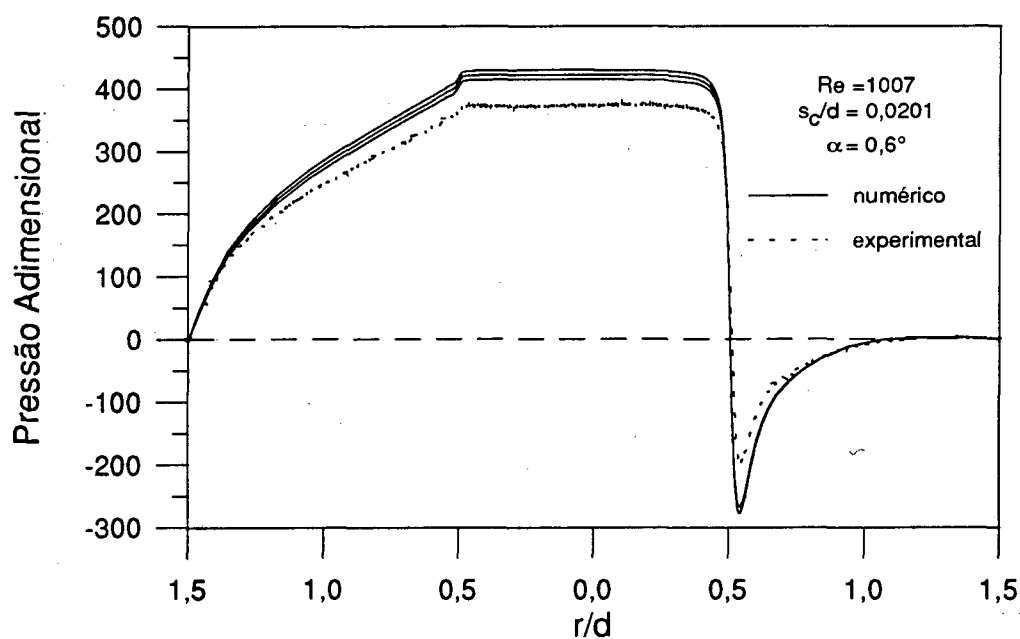


Figura 4.41 - Comparação entre resultados numéricos e experimental para $Re = 1501$, $s_c/d = 0,0201$ e $\alpha = 0,6^\circ$, incluindo a incerteza de medição no afastamento.

Pode-se observar que para afastamentos maiores, a variação do perfil de pressão sobre a palheta com o afastamento é menor.

Para números de Reynolds maiores onde a solução numérica apresentou instabilidade, mesmo utilizando-se o esquema Quick somente na direção radial, foram feitos testes empregando a Lei de Potência nas três direções do escoamento. Neste caso, a convergência foi obtida e duas comparações são apresentadas nas Figs. 4.42 e 4.43, para números de Reynolds acima de 2000.

Os resultados obtidos utilizando-se a Lei de Potência nas três direções do escoamento não comparam bem com resultados experimentais, principalmente na região de maior afastamento. Esta solução numérica não consegue prever a recuperação de pressão que ocorre no experimento, não permitindo sua validação.

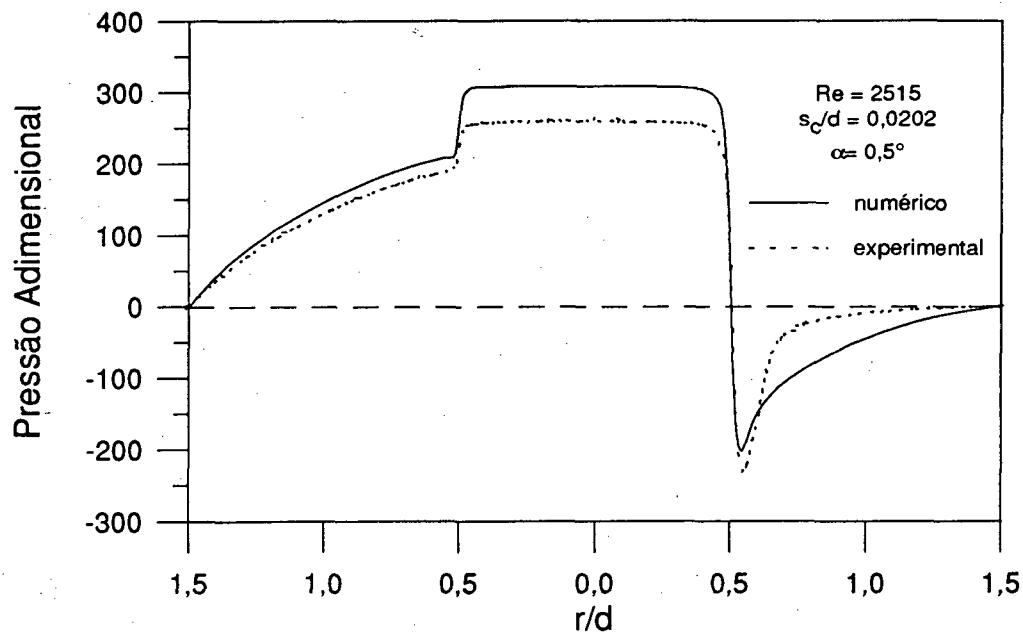


Figura 4.42 - Comparação entre resultados numérico (Lei de Potência) e experimental para

$$Re = 2515, s_c/d = 0,0202 \text{ e } \alpha = 0,5^\circ$$

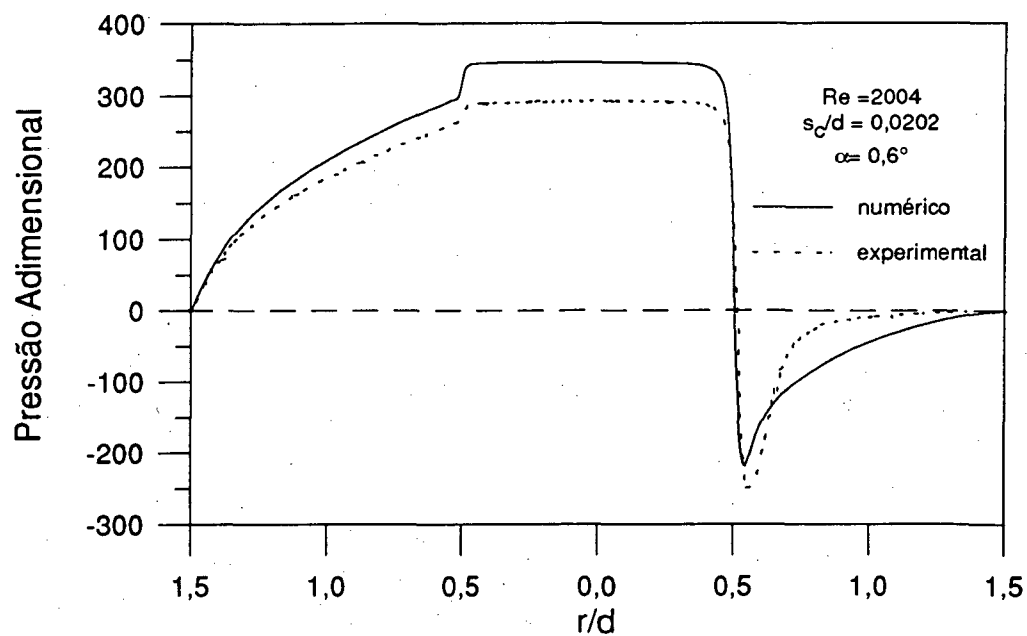


Figura 4.43 - Comparação entre resultados numérico (Lei de Potência) experimental para $Re = 2004$, $s_c/d = 0,0202$ e $\alpha = 0,6^\circ$

5. RESULTADOS NUMÉRICOS

5.1. Introdução

O modelo numérico, após validado, torna-se uma importante ferramenta para auxílio do estudo e compreensão do escoamento através de válvulas inclinadas.

Com este objetivo vários resultados da simulação, tais como perfil de pressão, campo de pressão e força resultante sobre a palheta, além das áreas efetivas de força e escoamento para diferentes inclinações da palheta, são apresentados. Também são apresentados perfis de velocidade em determinadas regiões do difusor.

Os resultados foram obtidos para números de Reynolds iguais a 500 e 1500, afastamentos adimensionais iguais a 0,01, 0,02 e 0,03 e inclinações inferiores a 1° .

As inclinações foram escolhidas de forma a abranger, de maneira adequada, o intervalo de inclinações possíveis para cada afastamento. Na tabela 5.1 são apresentados os ângulos máximos de inclinação, α_{\max} , para cada afastamento, os ângulos utilizados nas simulações e sua percentagem em relação à inclinação máxima.

Tabela 5.1. Valores das inclinações utilizados na obtenção dos resultados numéricos.

s_c/d	$\alpha_{\max} (^\circ)$	$\alpha (^\circ)$	$\alpha / \alpha_{\max} \cdot 100 (\%)$
0,01	0,38	0,0	0,0
		0,1	26,3
		0,2	52,6
		0,3	78,9
0,02	0,76	0,0	0,0
		0,2	26,3
		0,4	52,6
		0,6	78,9
0,03	1,15	0,0	0,0
		0,3	26,2
		0,6	52,3
		0,9	78,5

O método utilizado para a obtenção destes resultados é o descrito no capítulo 4. Durante a obtenção dos resultados numéricos observou-se instabilidade na solução numérica, quando utilizou-se o esquema Quick nas direções radial e axial, $Re = 1500$ e inclinação da palheta

Para permitir a comparação, utilizou-se como função de interpolação o esquema QUICK nas direções radial e axial para $Re = 500$ e, apenas na direção axial, para $Re = 1500$.

5.2. Perfil Radial de Pressão sobre a Palheta

A pressão atuando na superfície da palheta é adimensionalizada segundo a equação,

$$p^* = \frac{p}{1/2\rho\bar{w}^2} \quad (5.1)$$

e o afastamento adimensional central é dado por s_c/d .

As Figs. 5.1 a 5.6 mostram, para afastamentos adimensionais $s_c/d = 0,01, 0,02$ e $0,03$, números de Reynolds $Re = 500$ e 1500 e quatro inclinações diferentes para cada afastamento central, como a distribuição radial de pressão se comporta.

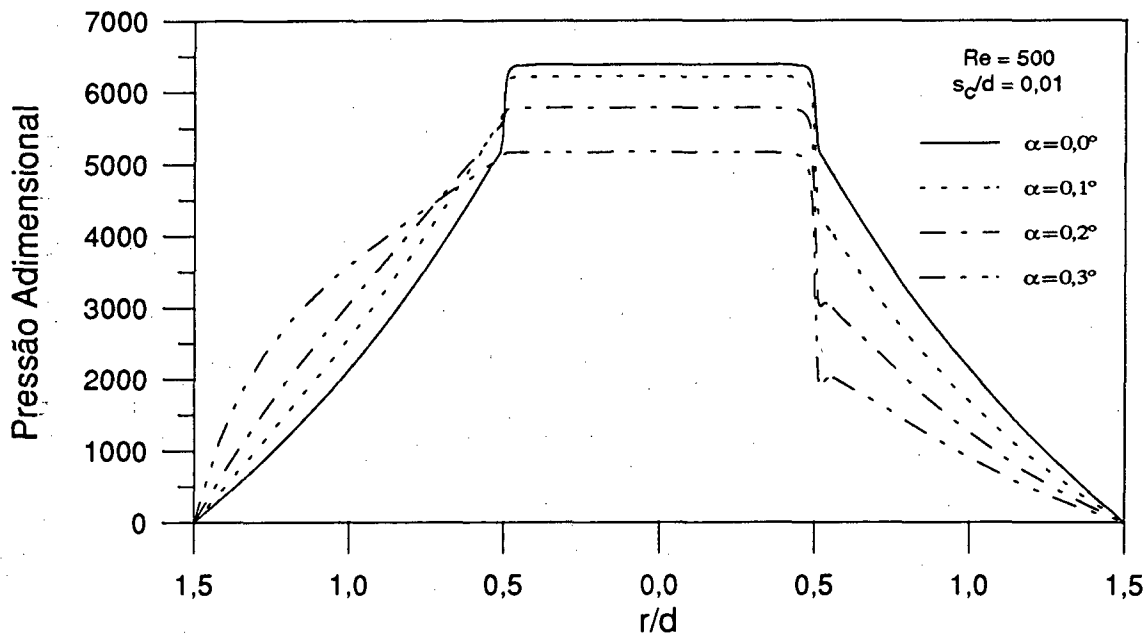


Figura 5.1 - Perfis adimensionais de pressão para $s_c/d = 0,01$ e $Re = 500$

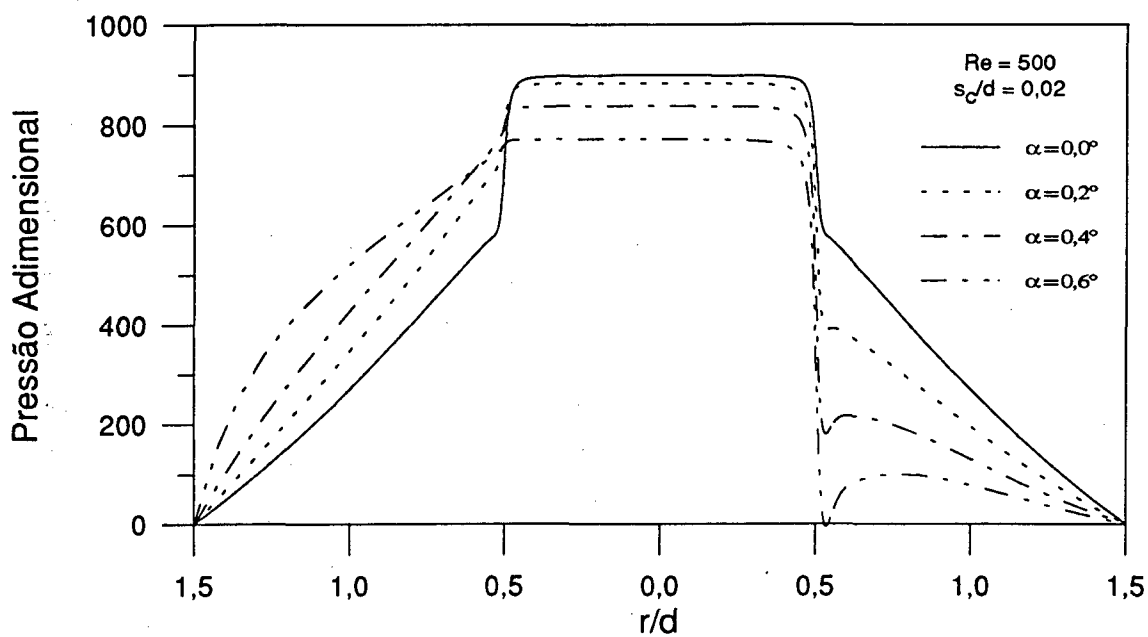


Figura 5.2 - Perfis adimensionais de pressão para $s_c/d = 0,02$ e $Re = 500$

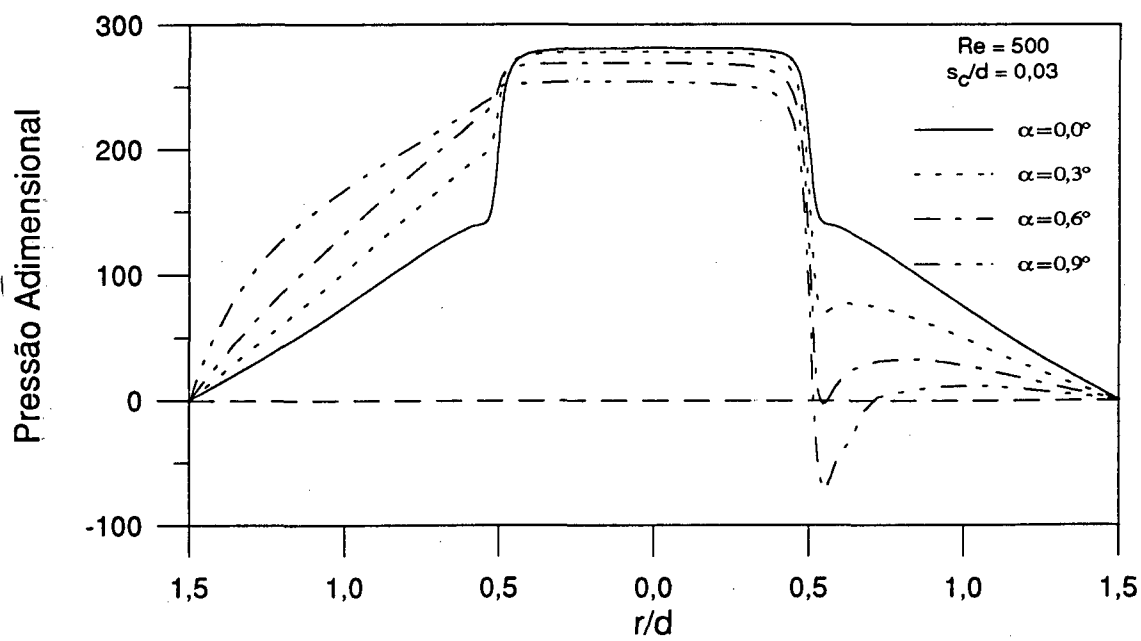


Figura 5.3 - Perfis adimensionais de pressão para $s_c/d = 0,03$ e $Re = 500$

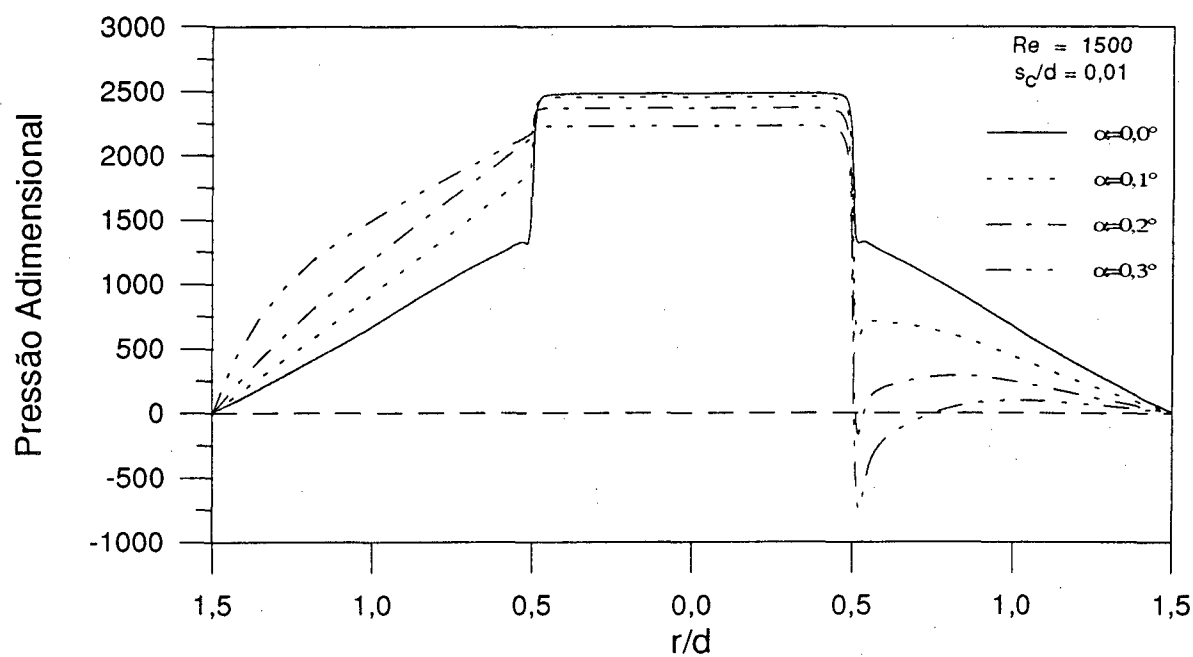


Figura 5.4 - Perfis adimensionais de pressão para $s_c/d = 0,01$ e $Re = 1500$

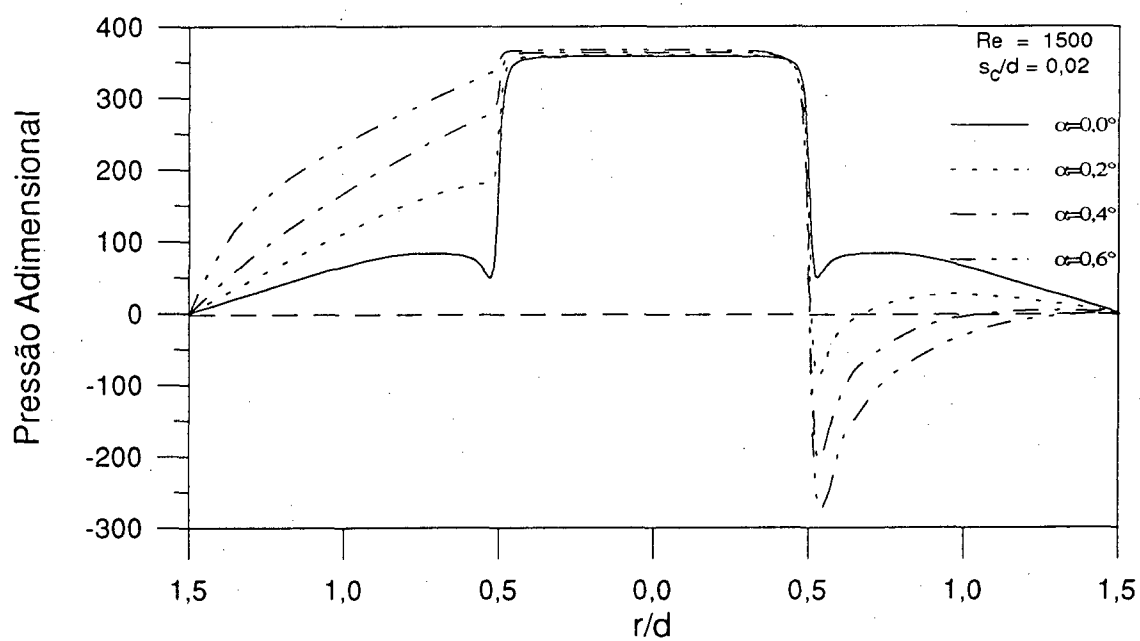


Figura 5.5 - Perfis adimensionais de pressão para $s_c/d = 0,02$ e $Re = 1500$

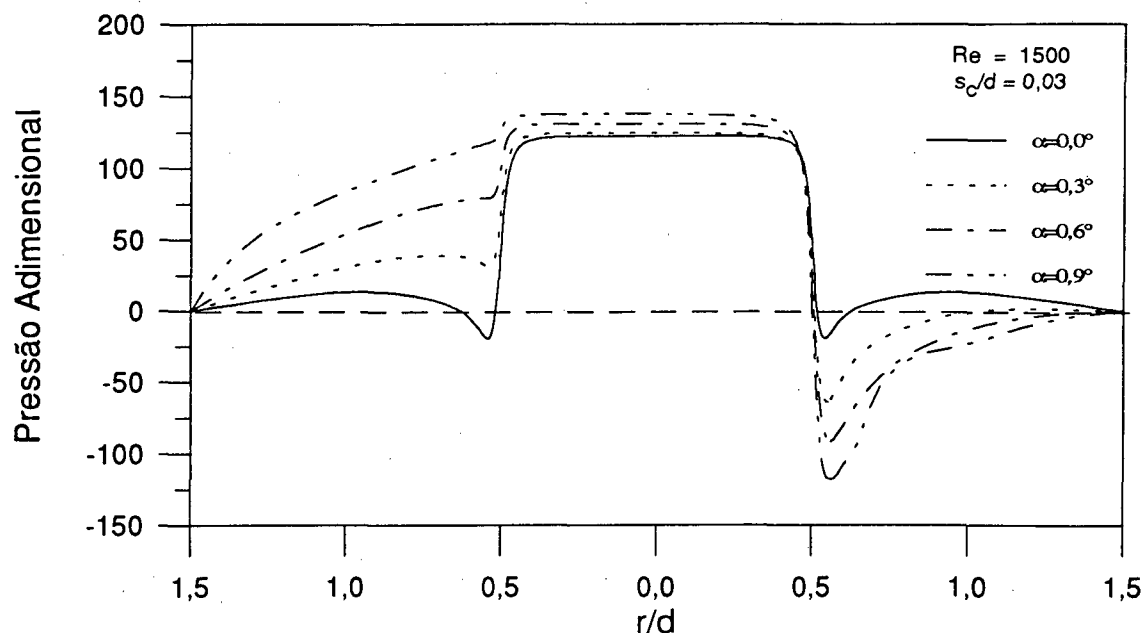


Figura 5.6 - Perfis adimensionais de pressão para $s_c/d = 0,03$ e $Re = 1500$

Uma característica comum da distribuição de pressão em todas as curvas é a região do patamar ($r/d \leq 0,5$). Esta região corresponde à área da palheta que recebe frontalmente o impacto do fluido que escoar no orifício de passagem. O patamar de pressão é consequência do pequeno afastamento entre palheta e assento, que cria uma região central de estagnação do fluido. A pressão de estagnação do escoamento diminui à medida que o afastamento aumenta e com isso a região do patamar também diminui.

Logo após a região de estagnação, observa-se uma queda de pressão próxima à entrada do difusor ($r/d = 0,5$), decorrente da curvatura das linhas de fluxo e aceleração do fluido. Em algumas situações nota-se o aparecimento de pressões negativas indicando que nesta região a palheta é succionada em relação ao assento. Isto ocorre para maiores números de Reynolds, afastamentos e inclinações. Devida à adimensionalização realizada, a pressão adimensional é reduzida com o aumento do número de Reynolds.

Com a inclinação da palheta, o perfil de pressão perde a simetria e a região de maior afastamento ($\theta = 0$) percebe maior aceleração do fluido, resultando em maiores gradientes de pressão. No lado oposto ($\theta = \pi$), onde está a região de menor afastamento, a restrição ao escoamento é maior e, para maiores inclinações, a pressão cresce monotonicamente até a pressão de estagnação.

Observou-se que para $Re = 500$ o patamar de pressão foi reduzido com a inclinação da palheta, porém, para $Re = 1500$ e $s_c/d = 0,02$ e $0,03$ o comportamento inverteu-se. Esta inversão pode ser atribuída ao grande comprimento de descolamento do escoamento junto ao assento, apresentado na seção 5.5, que aumenta a retrição ao escoamento.

Um efeito importante é o momento fletor resultante sobre a palheta, com sentido oposto ao engaste, que ocorre quando ela está inclinada. Em válvulas de disco este efeito é muito importante e tende a fazê-la trabalhar sempre paralela em relação ao assento.

5.3. Força Adimensional sobre a Palheta.

A força resultante sobre a palheta é a responsável pela abertura e fechamento da válvula, tornando-se de grande importância sua análise. Esta força é obtida integrando-se o campo de pressão e sua orientação é sempre perpendicular à palheta.

A força sobre a palheta, F_{ad} , é adimensionalizada segundo a expressão,

$$F_{ad} = \int_0^{2\pi} \int_0^{D/2} \frac{p^*}{d^2} r \, dr \, d\theta \quad (5.2)$$

As Figs. 5.7 a 5.9 apresentam a variação da força adimensional sobre a palheta com o número de Reynolds, o afastamento e a inclinação da palheta.

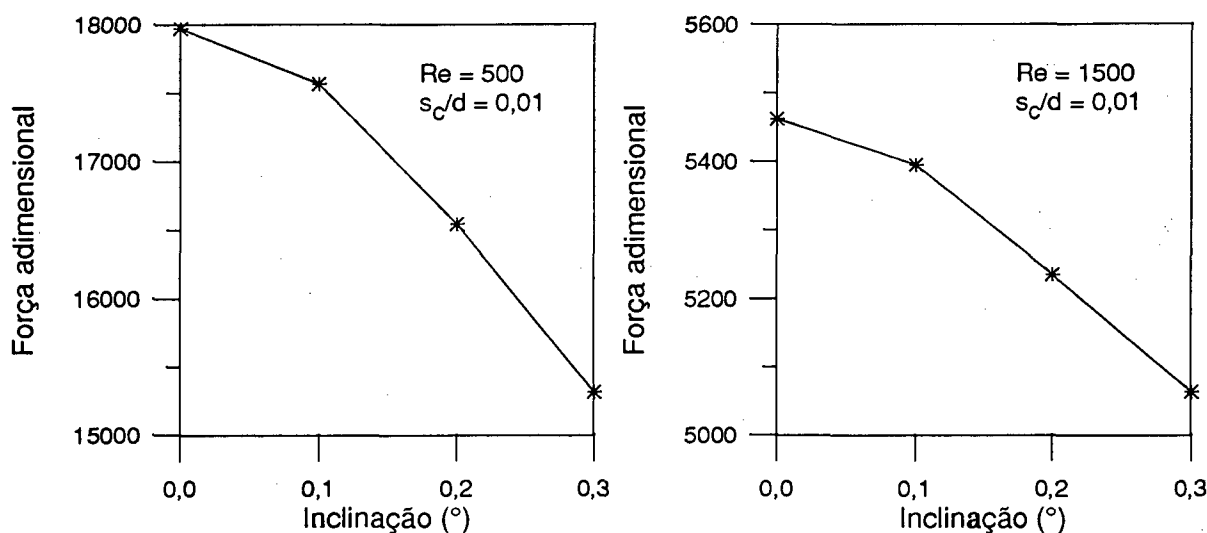


Figura 5.7 - Força adimensional sobre a palheta para $s_c/d = 0,01$

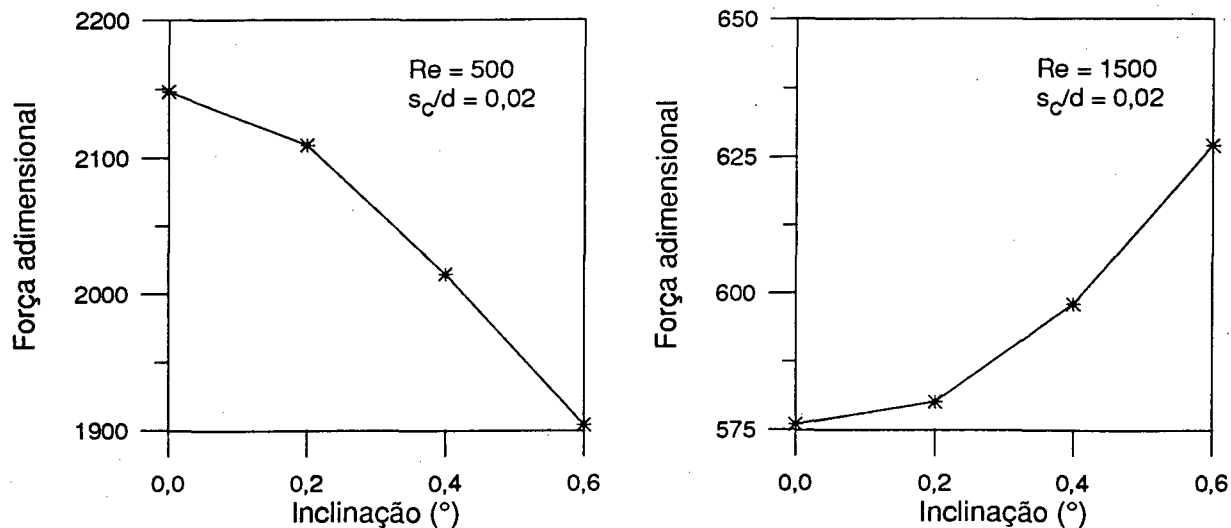


Figura 5.8 - Força adimensional sobre a palheta para $s_c/d = 0,02$

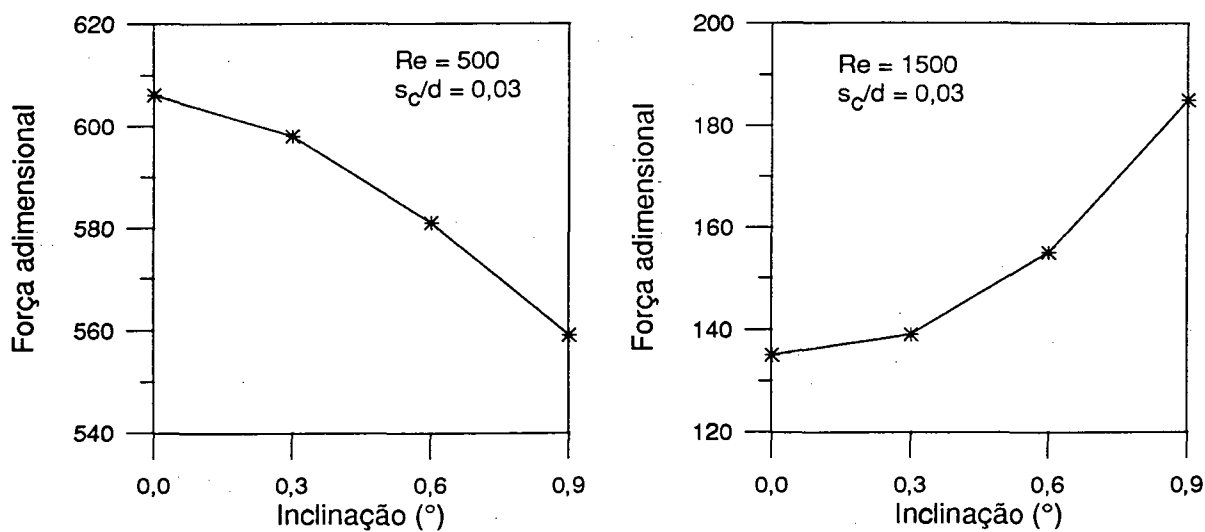


Figura 5.9 - Força adimensional sobre a palheta para $s_c/d = 0,03$

Para $Re = 500$ a força adimensional sobre a palheta é reduzida em todos os afastamentos analisados. Esta queda é maior para $s_c/d = 0,01$, em torno de 15%, e diminui com o aumento do afastamento sendo de 7,6% para $s_c/d = 0,03$.

Com o aumento do número de Reynolds observou-se uma inversão no comportamento desta grandeza. Para o afastamento menor ela foi reduzida 7,3%, porém para $s_c/d = 0,02$ e $s_c/d = 0,03$ a força foi aumentada em 8,5% e 37%, respectivamente.

As análises de percentagem feitas acima são relacionadas à variação para a maior inclinação testada em relação aos valores obtidos para a palheta paralela.

5.4. Parâmetros de Eficiência.

As áreas efetivas de escoamento e força são parâmetros utilizados na simulação numérica do funcionamento de compressores e que também servem para avaliar a eficiência do sistema de válvulas.

5.4.1 Área efetiva de escoamento.

A área efetiva de escoamento, A_{ee} , está diretamente relacionada com a perda de carga na válvula e fornece, para um dado diferencial de pressão, o fluxo de massa através da válvula. Isto é feito tratando a válvula como um orifício simples de certa área de seção transversal. Em seu cálculo as seguintes hipóteses simplificativas são consideradas,

- i. escoamento unidimensional e isentrópico;
- ii. escoamento em regime permanente;
- iii. condições a montante iguais às de estagnação;
- iv. comportamento de gás ideal;

A A_{ee} é calculada por,

$$A_{ee} = \frac{\dot{m}}{p_u \sqrt{\frac{2k}{(k-1)RT_u} \sqrt{r^{2/k} - r^{(k+1)/k}}}} \quad (5.3)$$

onde,

- \dot{m} - fluxo de massa através do orifício de passagem;
- p_u - pressão à montante da válvula (Pa);
- k - C_p / C_v , para o ar, $k = 1,4$;
- R - 286,9 J/kg K;
- T_u - temperatura à montante do orifício, (293 K);
- r - P_{atm} / P_u ;
- P_{atm} - pressão atmosférica, (101,3 kPa).

A área efetiva de escoamento é adimensionalizada em relação à área do orifício de passagem do difusor. As Figs. 5.10 a 5.12 apresentam os valores de A_{ee} obtidos numericamente para o difusor radial com palheta inclinada.

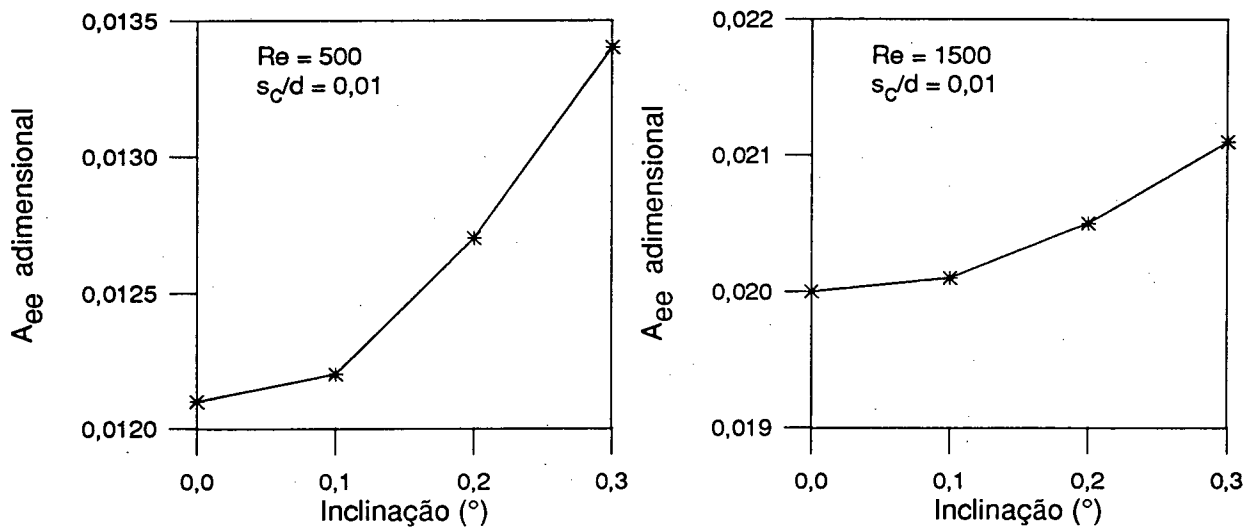


Figura 5.10 - Área efetiva de escoamento adimensional para $s_c/d = 0,01$

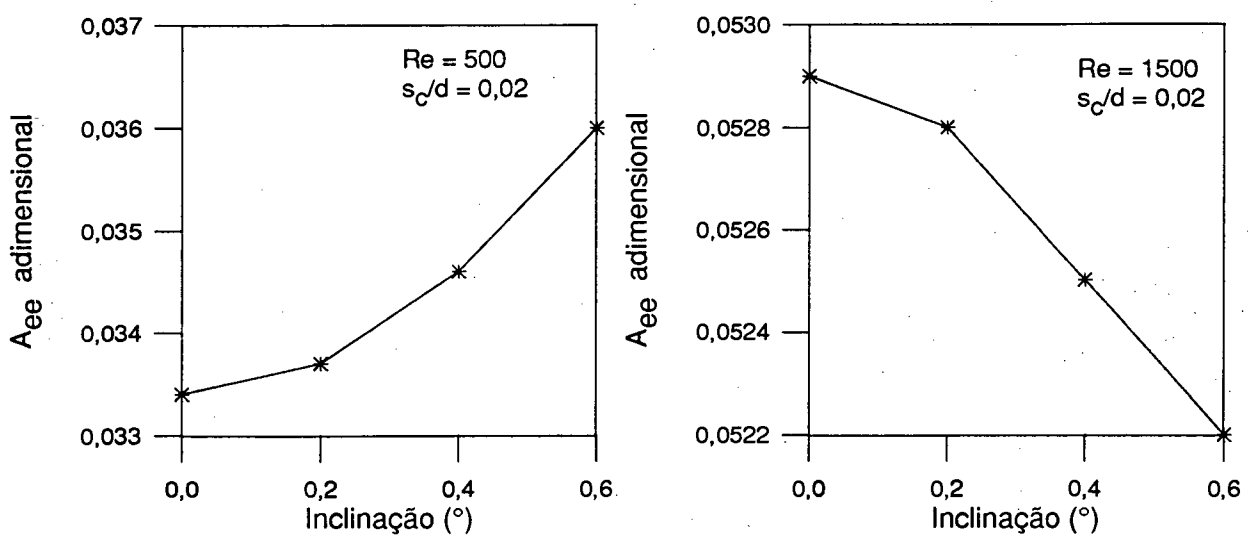


Figura 5.11 - Área efetiva de escoamento adimensional para $s_c/d = 0,02$

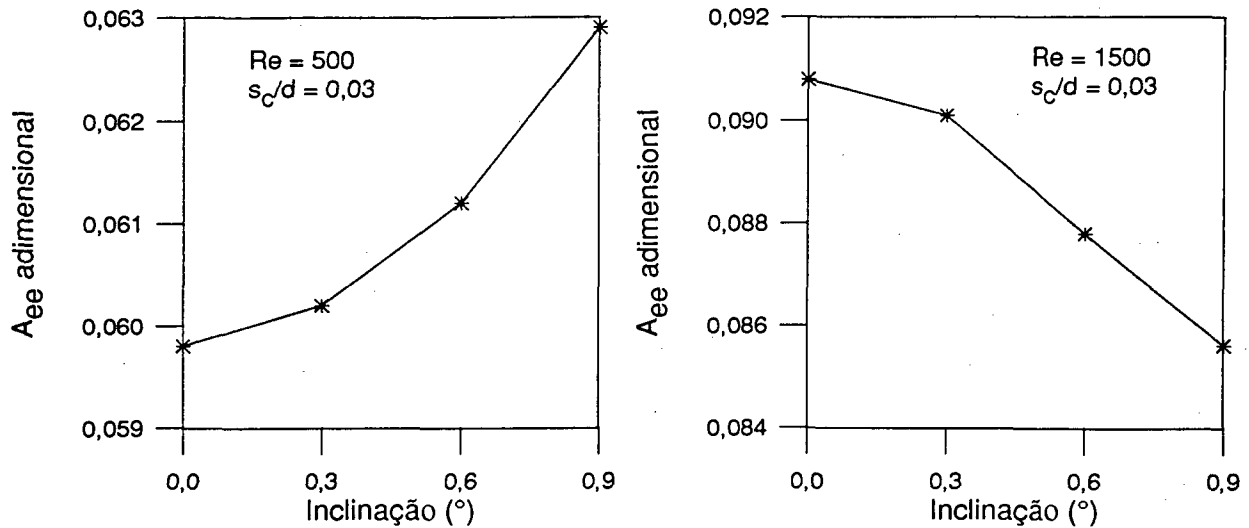


Figura 5.12 - Área efetiva de escoamento adimensional para $s_c/d = 0,03$

A A_{ee} apresentou um comportamento inverso ao da força adimensional. Para $Re = 500$ a A_{ee} foi aumentada em 11%, 7,9% e 5,2% para 0,01, 0,02 e 0,03, respectivamente.

Para $Re = 1500$ observou-se uma inversão no comportamento desta grandeza. Para o afastamento menor ela foi aumentada 5,5%, porém para $s_c/d = 0,02$ e $s_c/d = 0,03$ a A_{ee} foi reduzida em 1,3% e 5,7%, respectivamente.

5.4.2 Área efetiva de força

Para o cálculo do movimento de válvulas, utilizado nos programas de simulação de compressores, é necessário conhecer o valor da força atuante sobre a palheta, em cada instante de tempo. Esta força é resultante do diferencial de pressão através da válvula e depende da vazão e da abertura da palheta. Para auxiliar este cálculo utiliza-se a área efetiva de força, A_{ef} , definida como,

$$A_{ef} = \frac{F}{Dp_v} \quad (5.4)$$

onde,

F - força resultante sobre a palheta (N);

Dp_v - diferencial de pressão através da válvula (Pa).

A A_{ef} também foi adimensionalizada em relação à área do orifício de passagem. As Figs. 5.13 a 5.15 apresentam a variação da A_{ef} adimensional com os parâmetros analisados.

A área efetiva de força apresentou comportamento sempre crescente com o aumento da inclinação da palheta. A maior diferença foi obtida para $Re = 1500$ e $s_c/d = 0,03$, próxima a 20%, em que a força sobre a palheta subiu consideravelmente. Nas demais situações, a diferença permaneceu inferior a 6,0%.

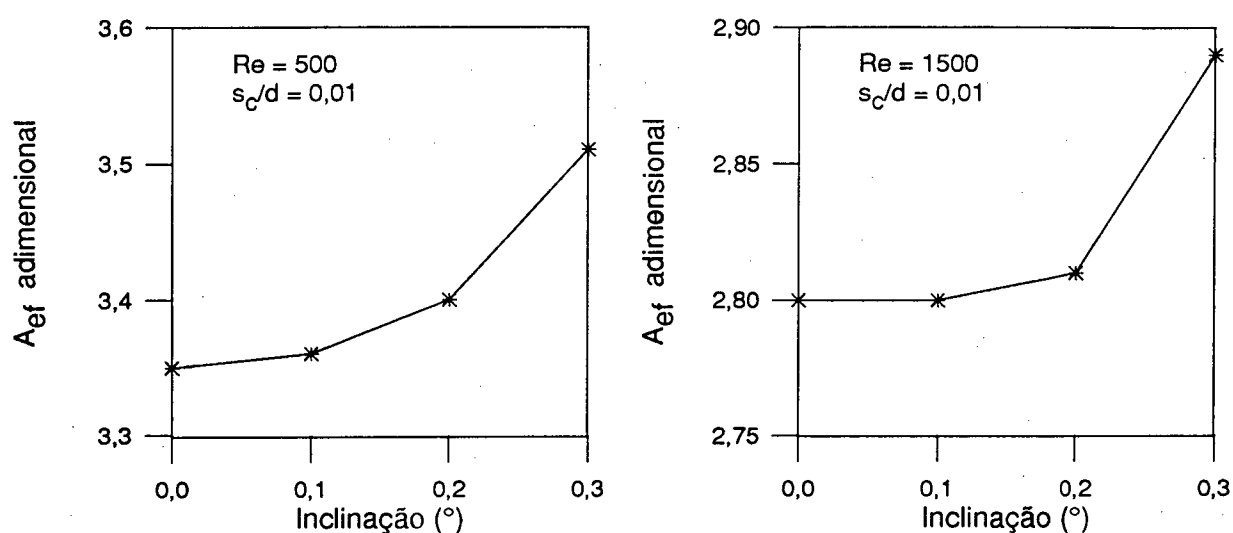


Figura 5.13 - Área efetiva de força adimensional para $s_c/d = 0,01$

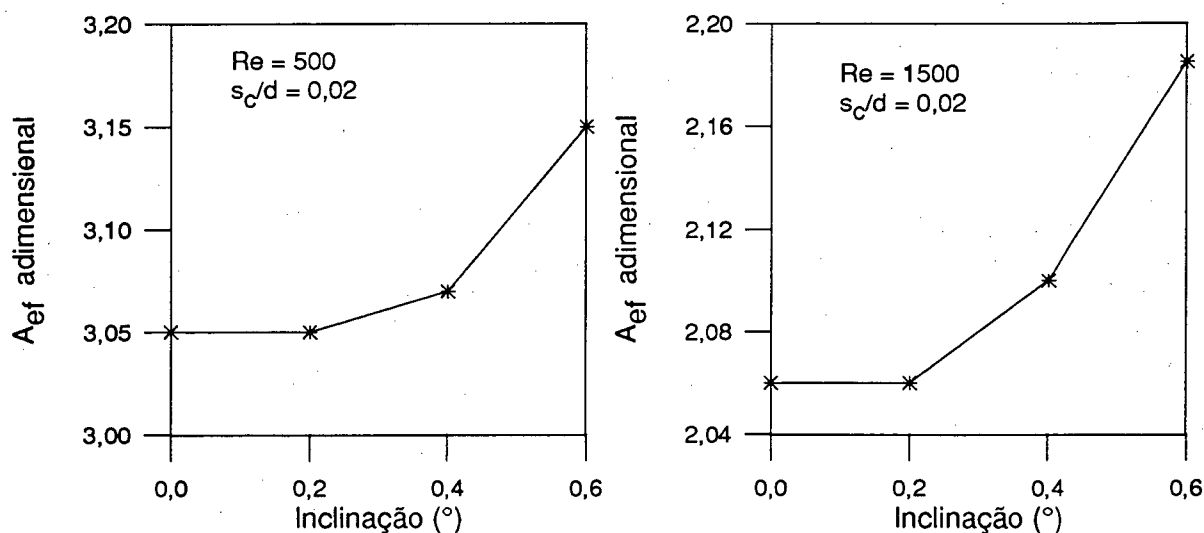


Figura 5.14 - Área efetiva de força adimensional para $s_c/d = 0,02$

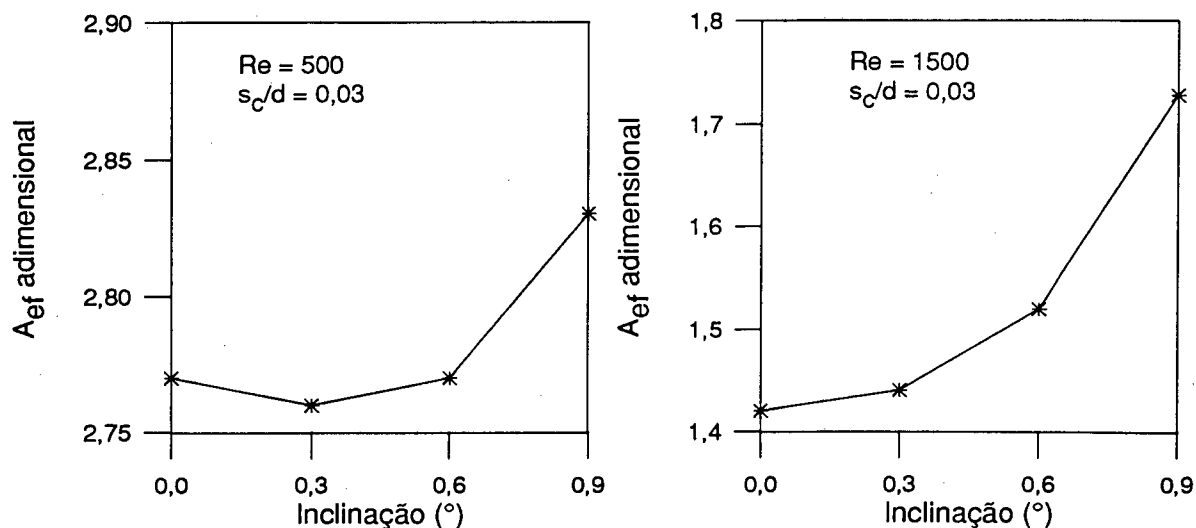


Figura 5.15 - Área efetiva de força adimensional para $s_c/d = 0,03$

5.5. Campos de Velocidade.

Os campos de velocidade trazem importantes informações sobre o escoamento. A visualização destes campos, em situações tridimensionais é difícil, assim, são apresentados campos bidimensionais dos vetores velocidade, evidenciando a região de entrada no difusor. Para isso foram escolhidos pequenos planos $r \times \eta$ com $\theta = 0$ e $\theta = \pi$, ilustrados na Fig. 5.16. As Figs. 5.17 a 5.20 ilustram os campos de velocidade obtidos para $Re = 1500$, $s_c/d = 0,01$ e $\alpha = 0,1^\circ$ e $s_c/d = 0,02$ e $\alpha = 0,6^\circ$.

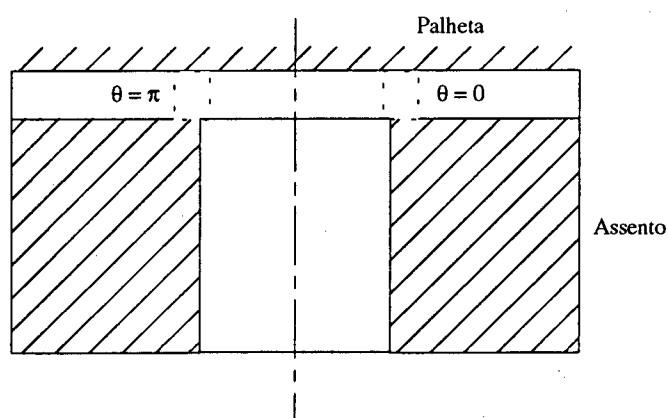


Figura 5.16 - Posição dos campos de velocidade no difusor

A visualização dos campos de velocidade e pressão foi conseguida com o auxílio do programa ISO3D, desenvolvido pelo SINMEC, Laboratório pertencente Departamento de Engenharia Mecânica da UFSC.

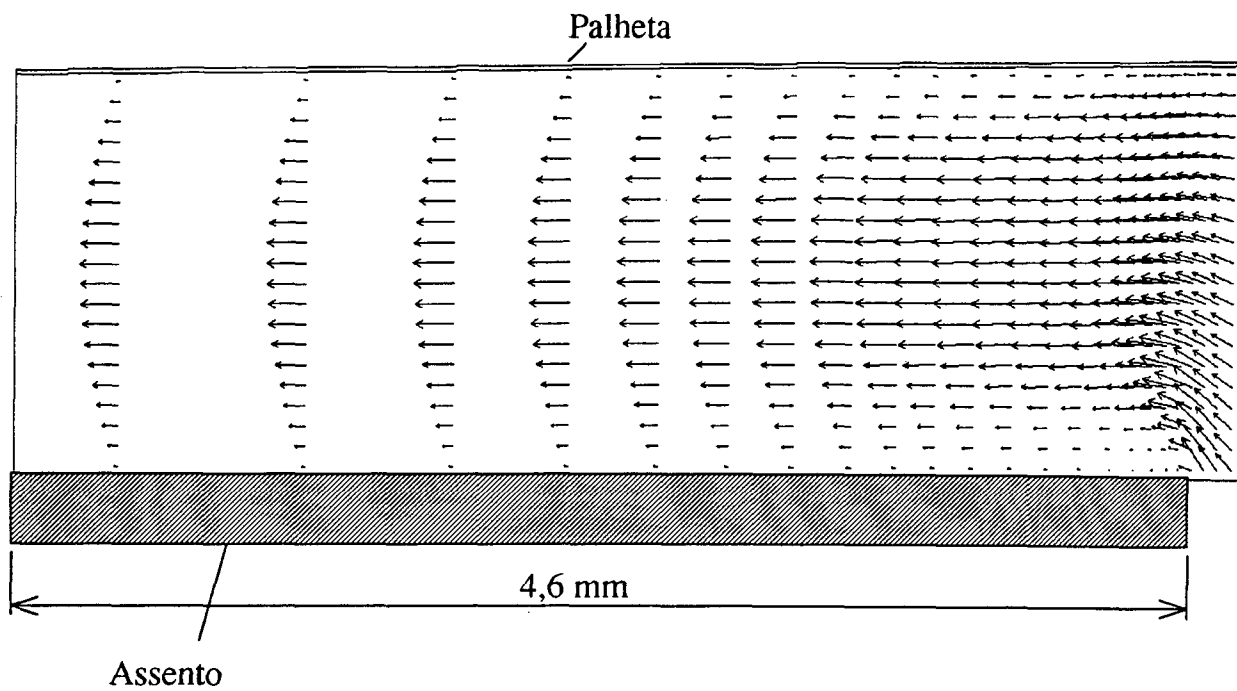


Figura 5.17 - Campo de velocidade para $s_c/d = 0,01$, $Re = 1500$, $\alpha = 0,1^\circ$ e $\theta = \pi$

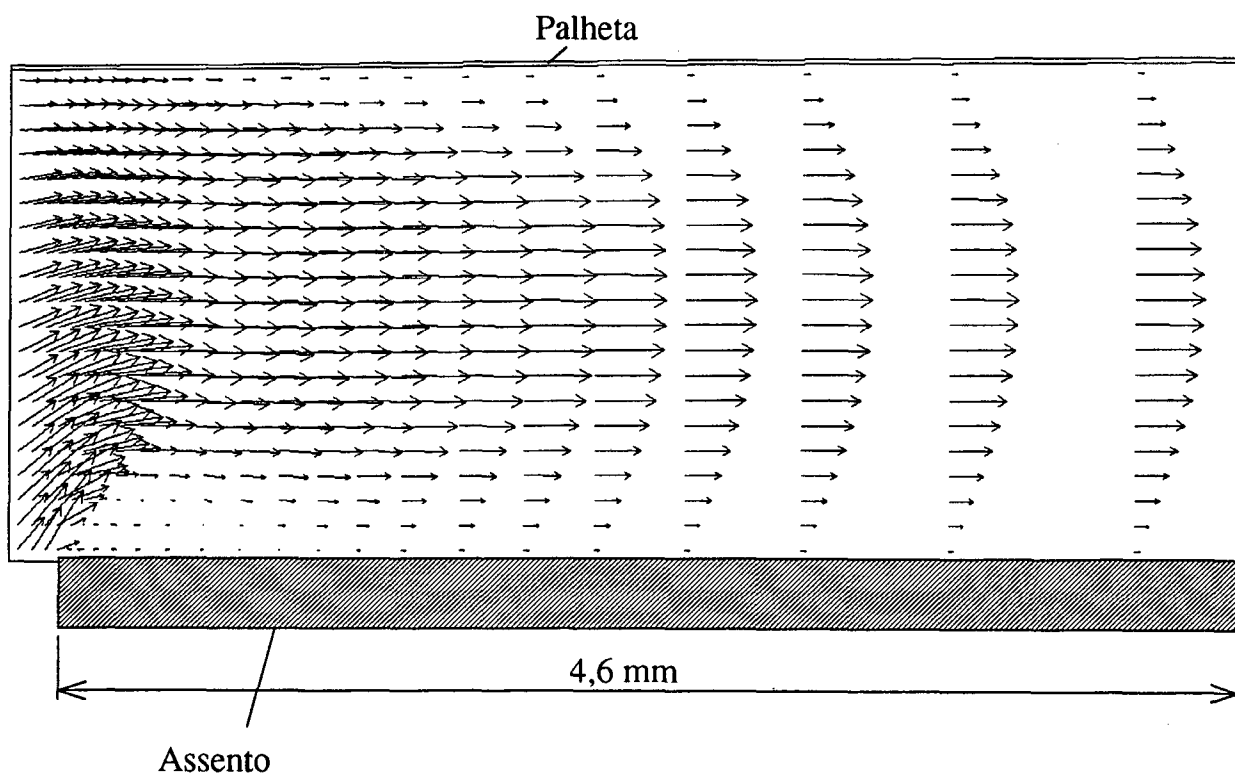


Figura 5.18 - Campo de velocidade para $s_c/d = 0,01$, $Re = 1500$, $\alpha = 0,1^\circ$ e $\theta = 0$

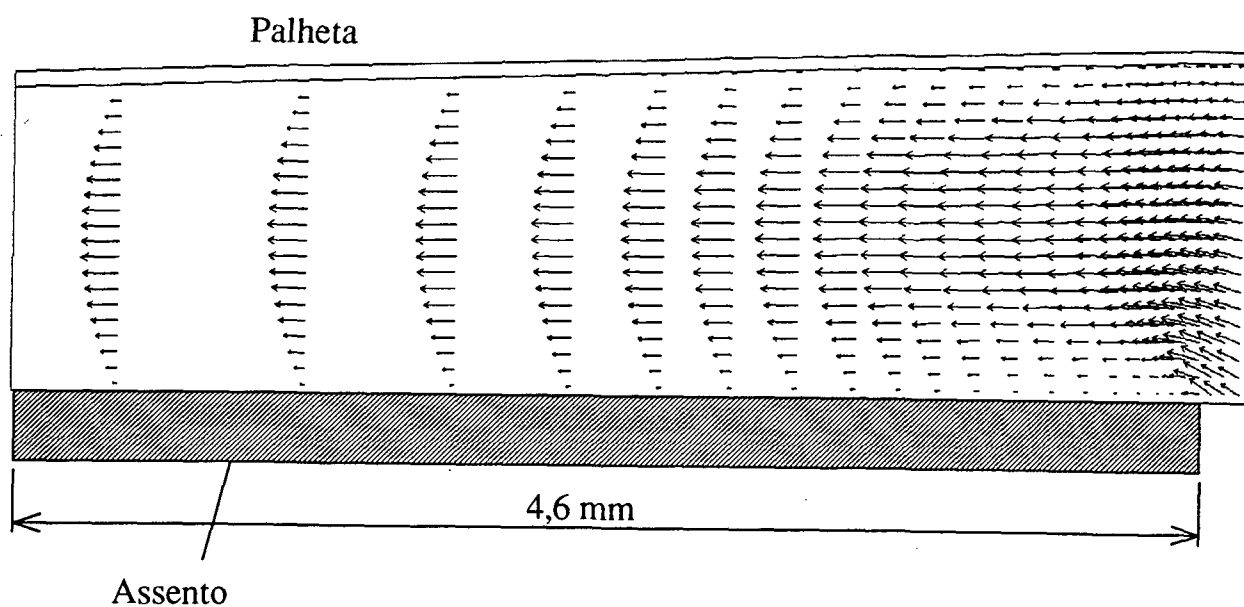


Figura 5.19 - Campo de velocidade para $s_c/d = 0,02$, $Re = 1500$, $\alpha = 0,6^\circ$ e $\theta = \pi$

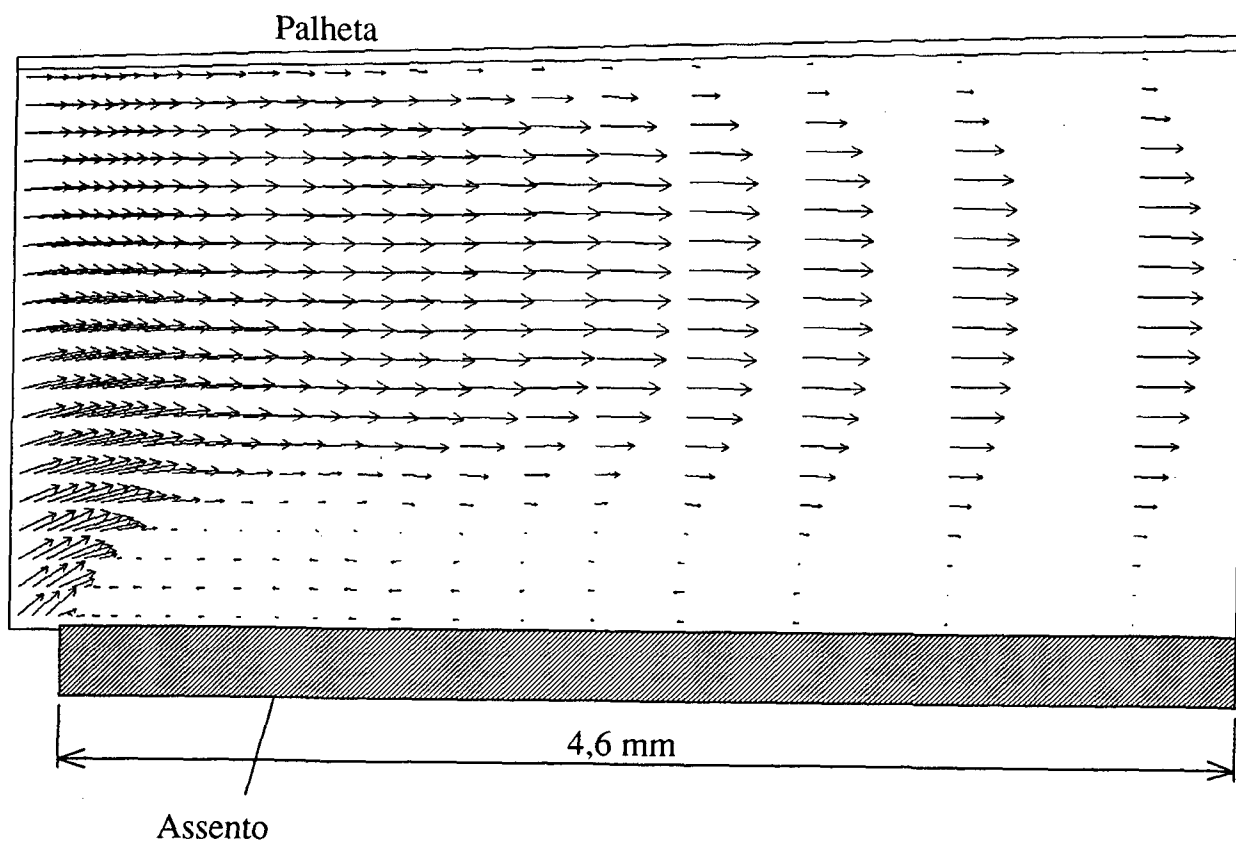


Figura 5.20 - Campo de velocidade para $s_c/d = 0,02$, $Re = 1500$, $\alpha = 0,6^\circ$ e $\theta = 0$

Algumas características importantes podem ser notadas. Os vetores velocidade sempre estão oblíquos ao escoamento na região próxima à entrada do difusor, que é consequência de sua mudança de direção. Esta região também é caracterizada pela grande aceleração do fluido.

O efeito da inclinação é bastante pronunciado sobre o campo de velocidades. Em $\theta = 0$ as velocidades são maiores, aumentando o tamanho da recirculação. Por outro lado, em $\theta = \pi$, observa-se o rápido desenvolvimento do perfil parabólico, auxiliado pela palheta.

Outro parâmetro importante, resultante do campo de velocidades, é o comprimento de separação que define a região de recirculação do fluido. Este fenômeno ocorre devido à curvatura das linhas de fluxo do escoamento, e também, pela atuação de um gradiente adverso de pressão no sentido do escoamento.

As Figs. 5.21 a 5.26 apresentam os comprimentos de separação do fluido em função da direção circunferencial θ para os números de Reynolds, afastamentos e inclinações testadas.

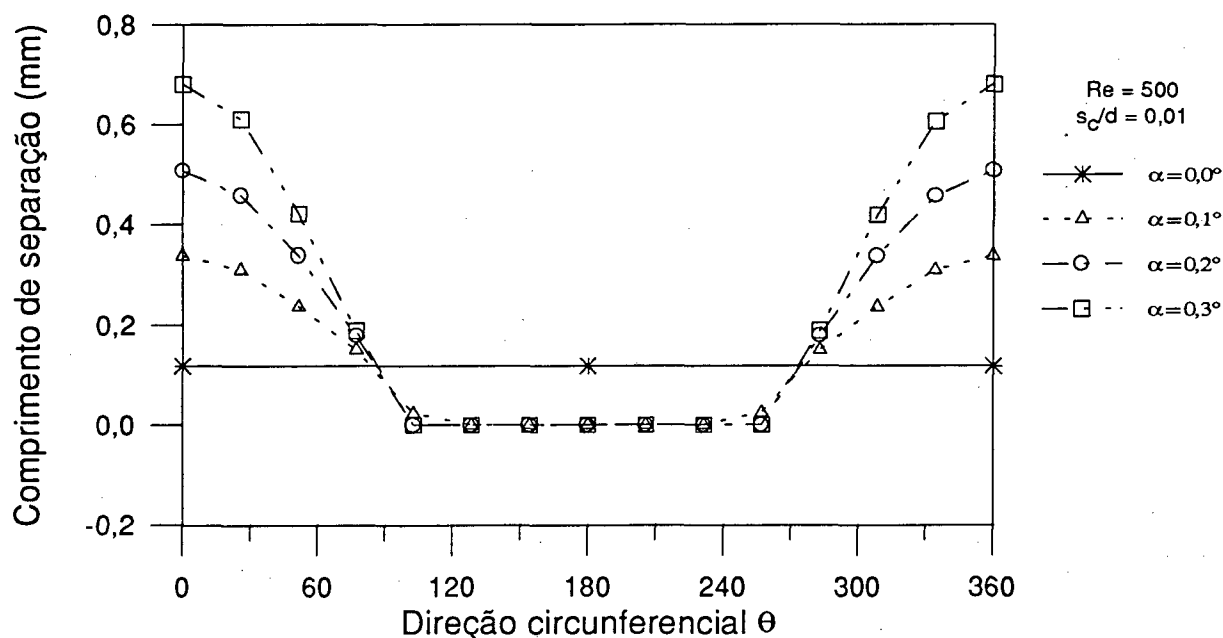


Figura 5.21 - Comprimento de separação para $s_c/d = 0,01$ e $Re = 500$

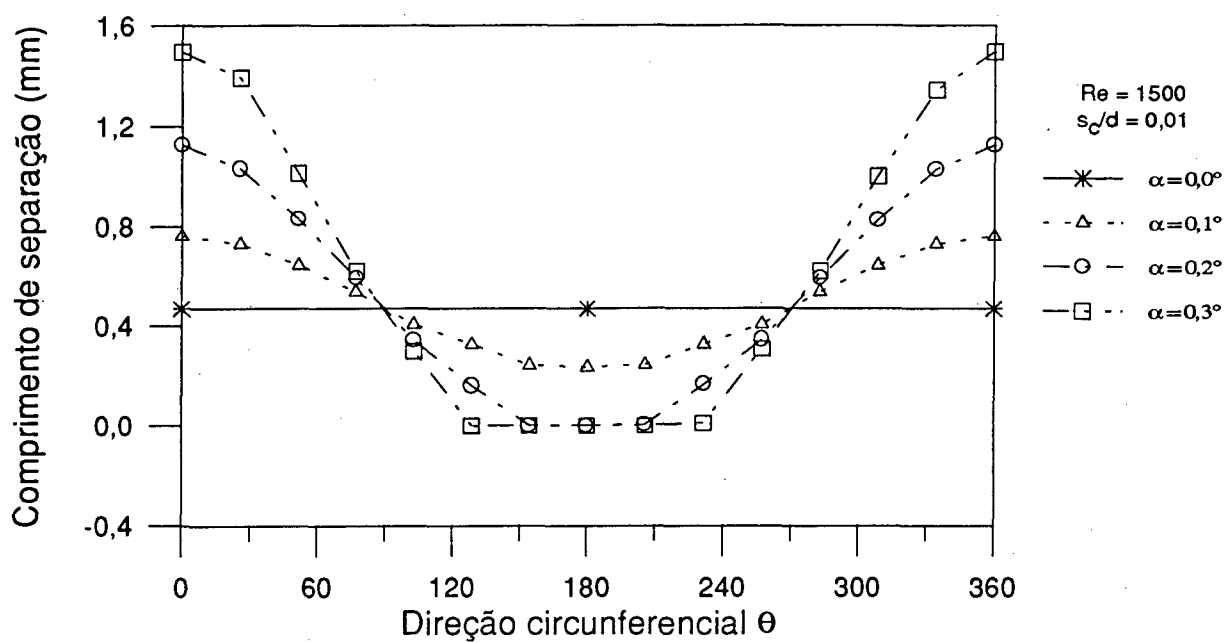


Figura 5.22 - Comprimento de separação para $s_c/d = 0,01$ e $Re = 1500$

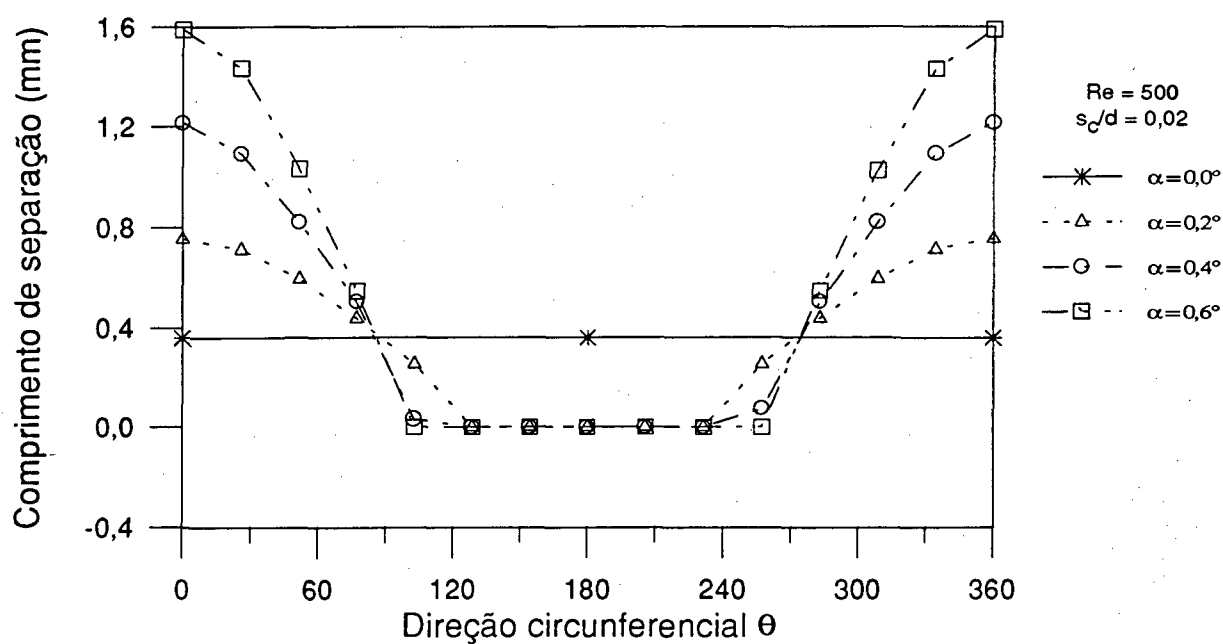


Figura 5.23 - Comprimento de separação para $s_c/d = 0,02$ e $Re = 500$

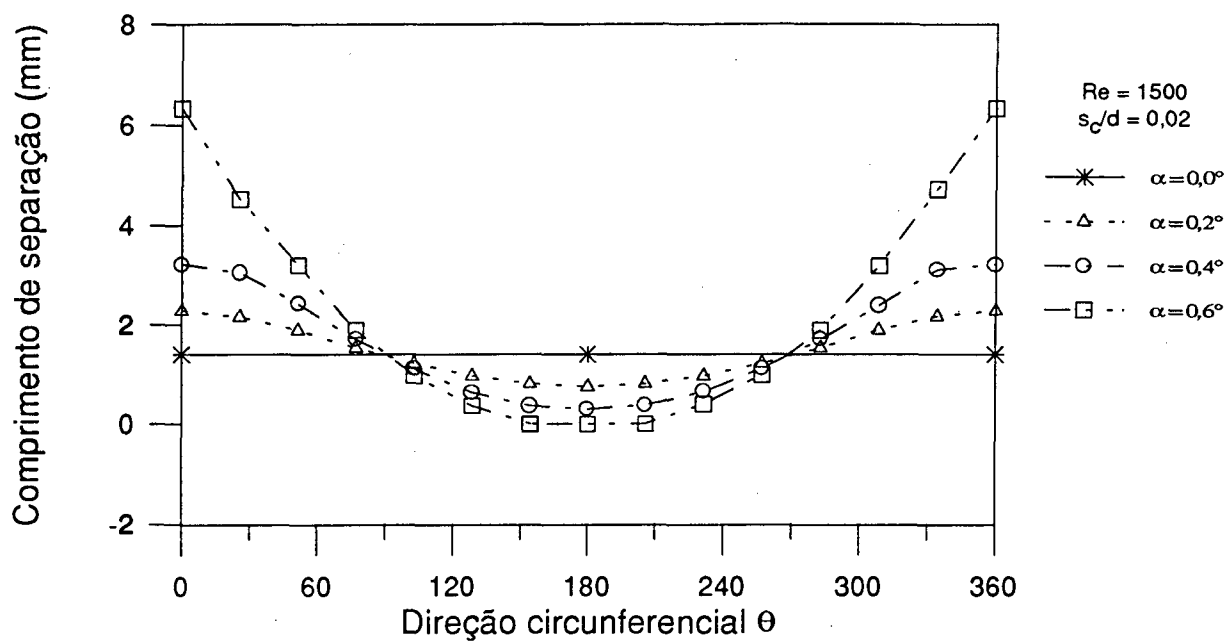


Figura 5.24 - Comprimento de separação para $s_c/d = 0,02$ e $Re = 1500$

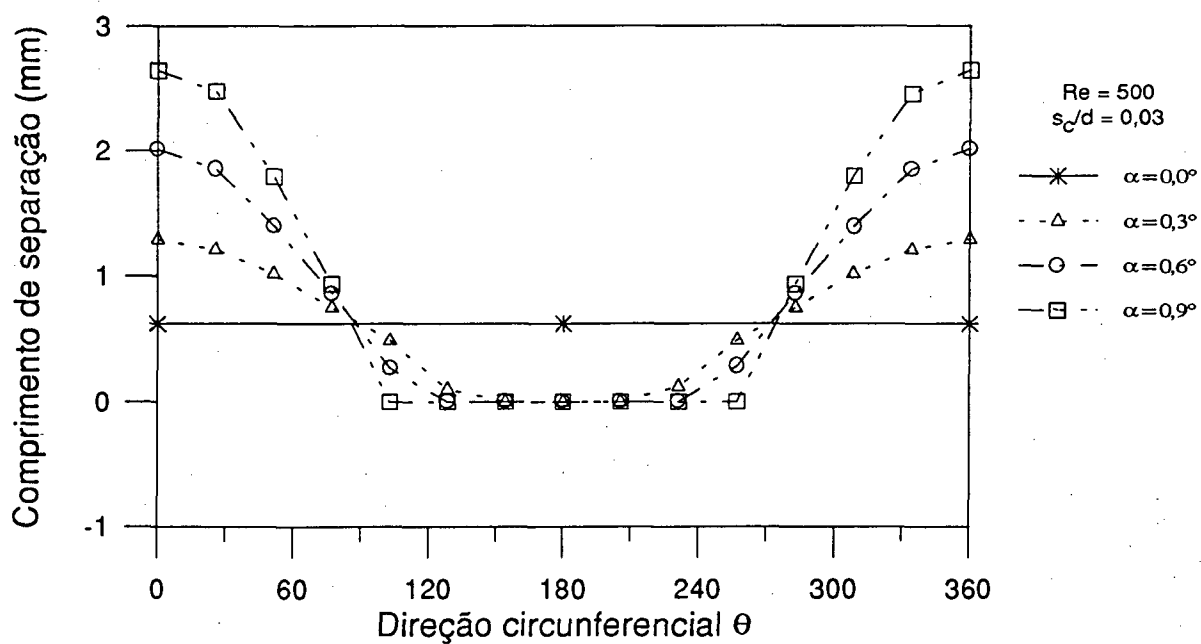


Figura 5.25 - Comprimento de separação para $s_c/d = 0,03$ e $Re = 500$

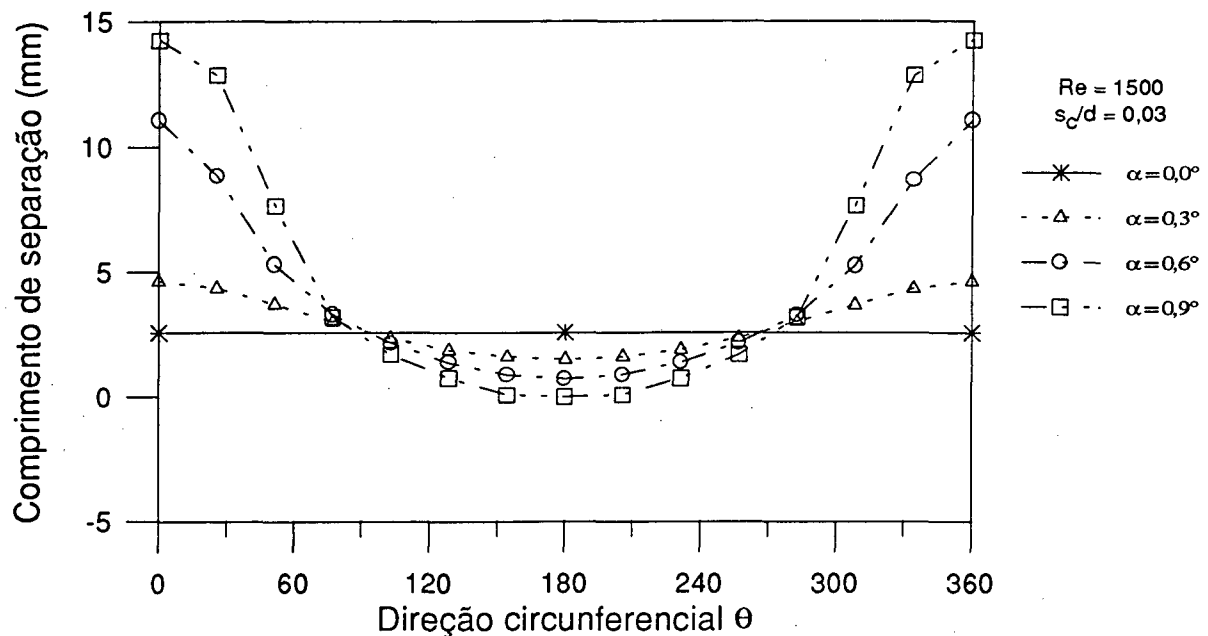


Figura 5.26 - Comprimento de separação para $s_c/d = 0,03$ e $Re = 1500$

O comprimento de separação aumenta rapidamente com o aumento do número de Reynolds e do afastamento. Quando a palheta está inclinada, o maior comprimento de separação aparece em $\theta = 0$, decorrente da maior velocidade do escoamento, que retarda seu reatamento à parede do difusor. Em várias situações observa-se o completo desaparecimento da separação do escoamento em $\theta \approx \pi$, causado pela redução do afastamento entre palheta e assento.

5.6. Campo de Pressão

Para melhor compreensão do campo de pressão e de sua variação com a coordenada circunferencial, foram preparadas as Figs. 5.27 a 5.32. Estas Figuras apresentam os campos de pressão sobre a palheta e o assento, de algumas situações do escoamento, obtidos numericamente.

Pode-se observar uma diferença entre os campos de pressão sobre a palheta e o assento na região de entrada do difusor, que é atribuída ao efeito da borda da saída do orifício de passagem, provocado pela inércia do escoamento.

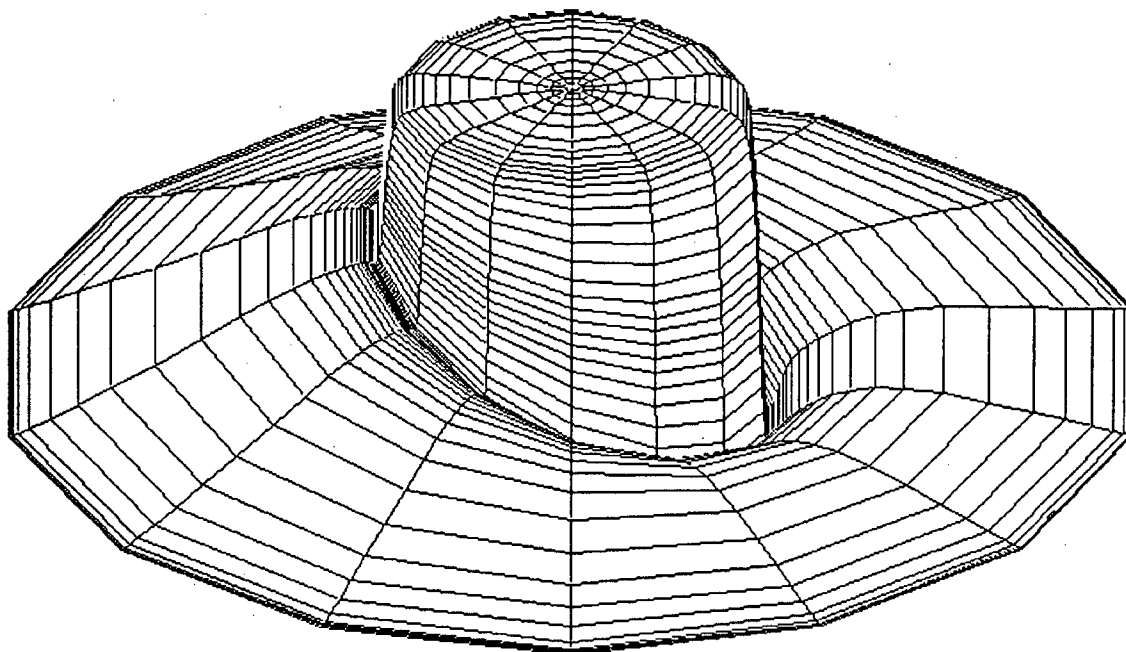


Figura 5.27 - Campo de pressão sobre a palheta para $s_c/d = 0,02$ e $Re = 1500$ e $\alpha = 0,2^\circ$

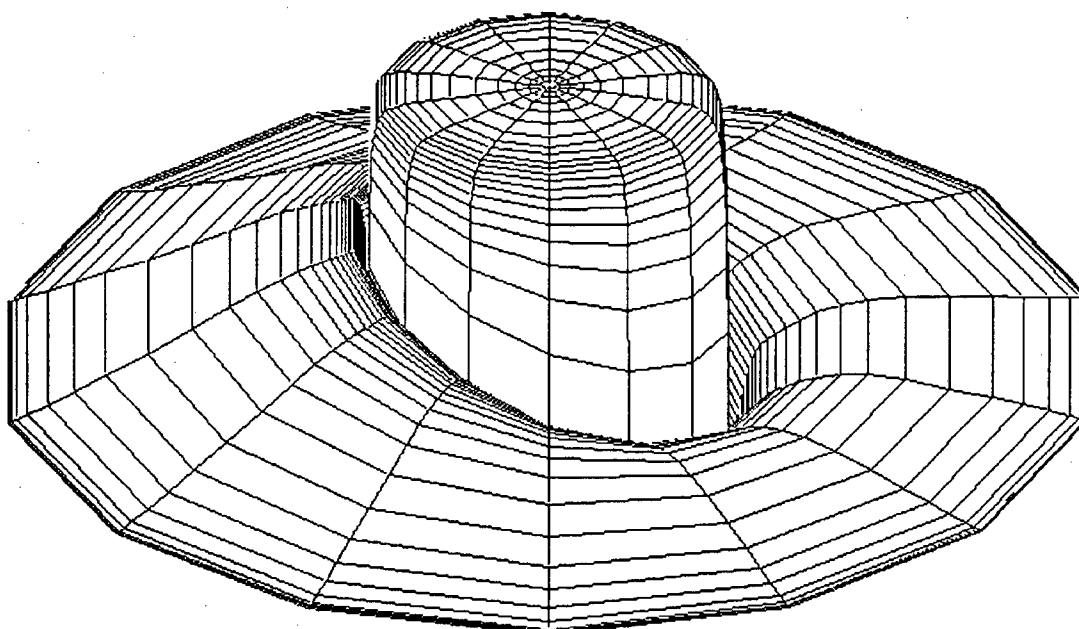


Figura 5.28 - Campo de pressão sobre o assento para $s_c/d = 0,02$ e $Re = 1500$ e $\alpha = 0,2^\circ$

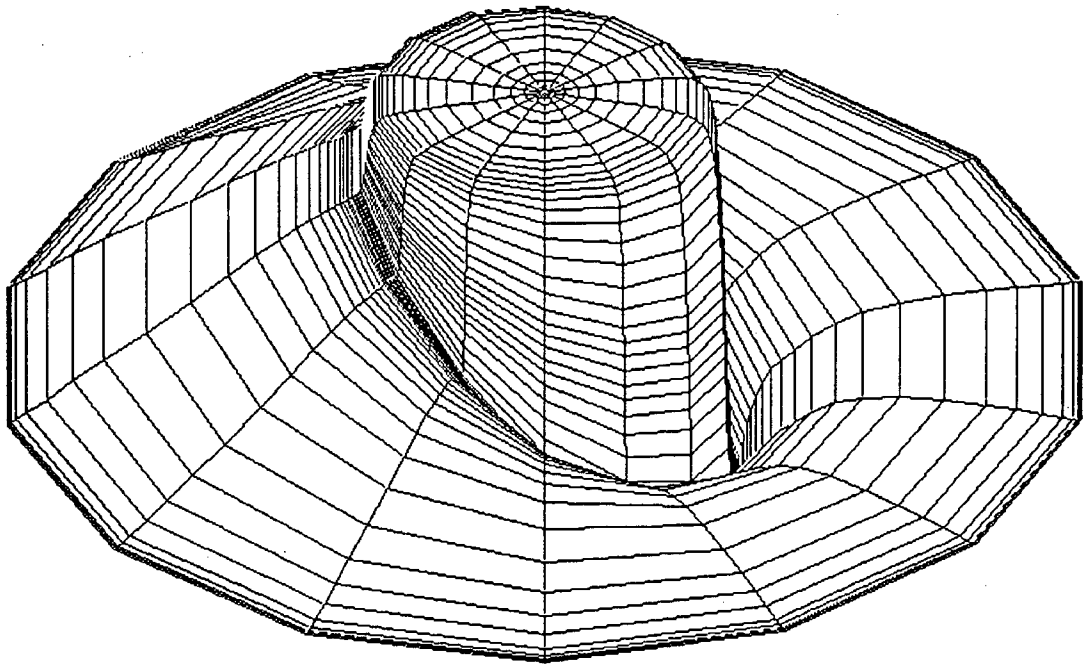


Figura 5.29 - Campo de pressão sobre a palheta para $s_c/d = 0,02$ e $Re = 1500$ e $\alpha = 0,4^\circ$

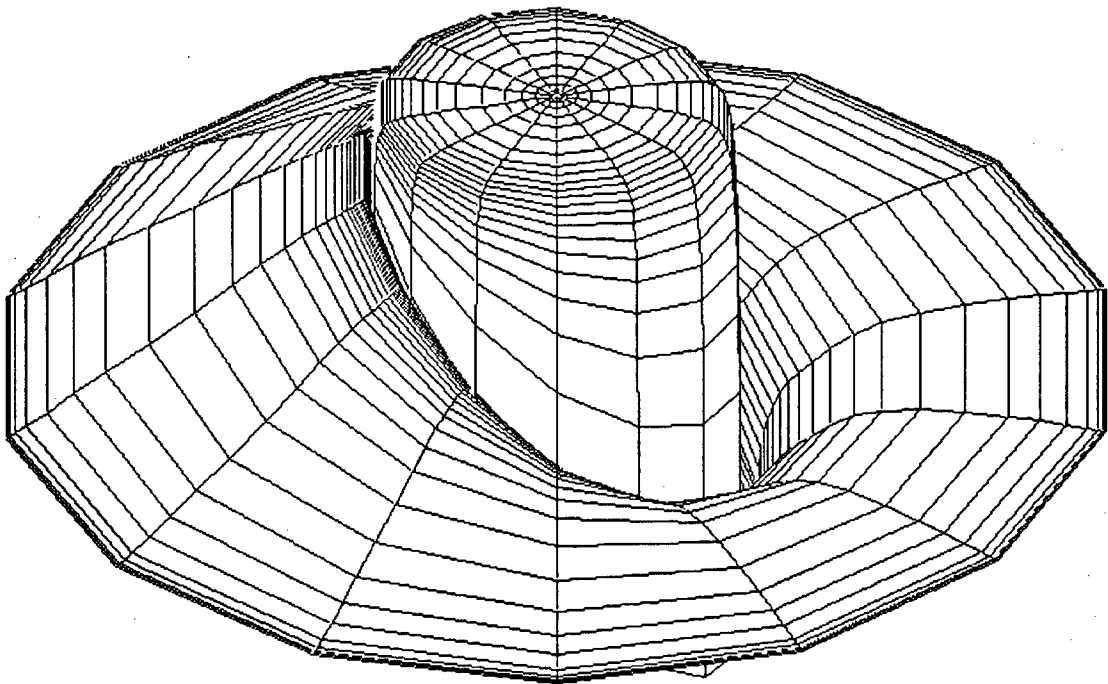


Figura 5.30 - Campo de pressão sobre o assento para $s_c/d = 0,02$ e $Re = 1500$ e $\alpha = 0,4^\circ$

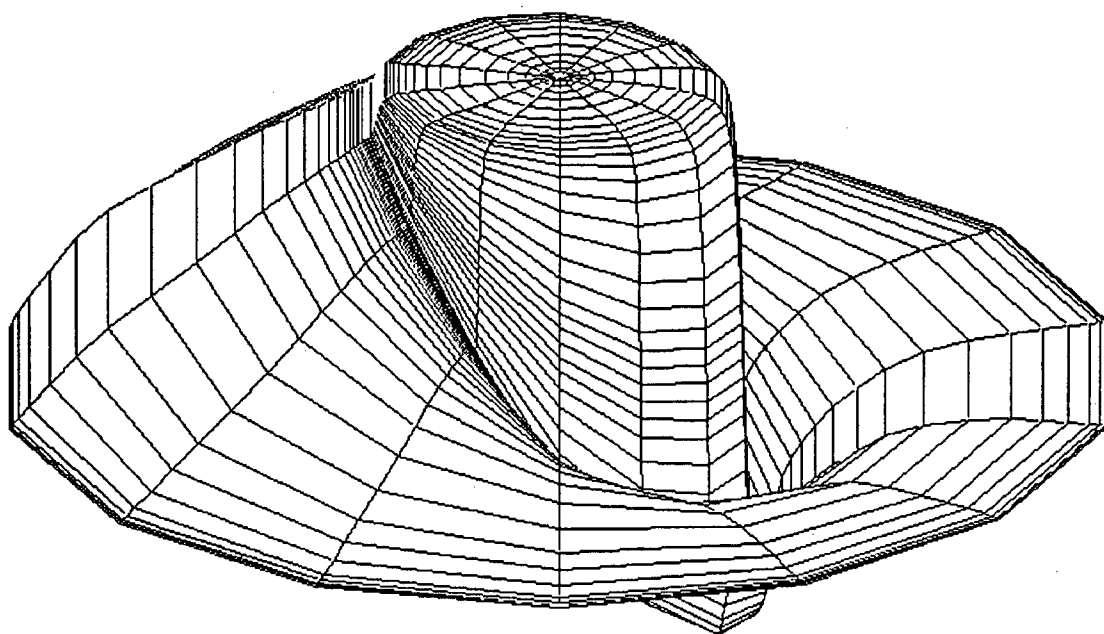


Figura 5.31 - Campo de pressão sobre a palheta para $s_c/d = 0,02$ e $Re = 1500$ e $\alpha = 0,6^\circ$

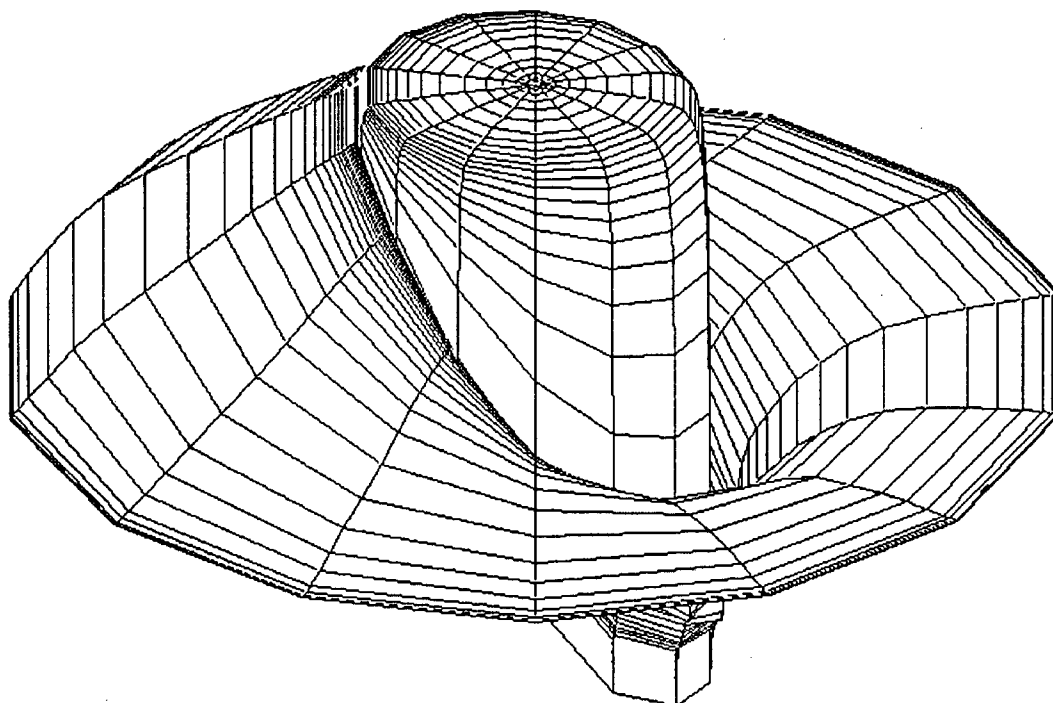


Figura 5.32 - Campo de pressão sobre o assento para $s_c/d = 0,02$ e $Re = 1500$ e $\alpha = 0,6^\circ$

6. CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou uma investigação numérica e experimental do escoamento laminar, incompressível, isotérmico e estacionário em difusores radiais cujo disco superior é inclinado.

A motivação do trabalho veio da importância que o escoamento em difusores radiais tem na análise de sistemas de válvulas de compressores de refrigeração, e, o principal objetivo deste estudo é o aprimoramento do modelo numérico com a introdução da inclinação da palheta.

Na construção do experimento observaram-se aspectos importantes para evitar fontes de erros nos resultados experimentais. O medidor de vazão projetado apresentou boa linearidade para a faixa de escoamento laminar. A automatização das medições de pressão e deslocamento, com a visualização simultânea do perfil de pressão, permitiu grande agilidade na tomada de dados. A correta medição do afastamento é essencial neste experimento e foi melhorada com a utilização de um relógio comparador.

Para permitir a utilização de malha computacional ortogonal no modelo numérico, foi implementada uma transformação da coordenada na direção axial do escoamento.

O modelo numérico foi validado através da análise de um problema simplificado que possui solução analítica e, para situações complexas, através da comparação do perfil radial de pressão sobre a palheta com resultados experimentais.

Os resultados numéricos e experimentais compararam bem em toda a região da palheta, na maioria das situações, e o efeito da inclinação da palheta foi captado com precisão. Nesta comparação alguns aspectos podem ser destacados:

- Dada a limitação de recursos computacionais é importante que se utilize esquemas convectivos de 2ª ordem a fim de se reduzirem os erros de truncamento.

- Em pequenos afastamentos e números de Reynolds altos, o experimento não captou a queda abrupta de pressão junto à quina do assento, prevista pelo método numérico. Este fato é

atribuído à dimensão do diâmetro da tomada de pressão e sugere-se o estudo de um diâmetro adequado.

- Para números de Reynolds e afastamentos altos as comparações não foram satisfatórias. Isto talvez se explique pelo fato do surgimento de maiores gradientes de pressão e aumento do comprimento de separação que não podem ser captados com a utilização da mesma malha. Nestas situações também observou-se instabilidade da solução numérica proveniente do esquema convectivo QUICK. Assim, sugere-se a utilização de esquemas convectivos de 2ª ordem, porém, mais estáveis.

Com o modelo numérico validado, estudou-se a influência da inclinação sobre o escoamento e, para isto, foram gerados resultados para diferentes afastamentos, inclinações e números de Reynolds. A análise dos resultados evidencia a grande influência destes parâmetros sobre o escoamento.

Para número de Reynolds igual a 500, a resistência ao escoamento foi diminuída com a inclinação, notada pela diminuição da força sobre a palheta. Porém, para número de Reynolds igual a 1500, observou-se uma inversão de comportamento. No afastamento menor a resistência ao escoamento foi reduzida com a inclinação, contudo, nos afastamentos maiores esta resistência aumentou. Isto, provavelmente, é causado pelo grande aumento do comprimento de separação, resultando em uma maior recirculação que restringe o escoamento.

Através da análise dos campos de pressão, observou-se grande alteração do carregamento sobre a palheta com sua inclinação. Este carregamento tende a fazê-la trabalhar sempre paralela ao assento, caso esteja livre, como no caso de válvulas de disco.

Os parâmetros globais do escoamento como força sobre a palheta, áreas efetivas de força e escoamento não foram grandemente alterados com a inclinação da palheta.

O método dos volumes finitos constituiu-se em uma excelente ferramenta para a solução do problema proposto, apresentando grande versatilidade e bons resultados. O modelo desenvolvido neste estudo pode ser facilmente aplicado ao cálculo do movimento da palheta, fazendo-se o afastamento pontual δ variável com o tempo.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [01] - WOOLLARD, H. W., "A Theoretical Analysis of the Viscous Flow in a Narrowly Spaced Radial Diffuser", J. Appl. Mech., vol. 24, Trans. ASME, Vol. 79, 1957, pp. 9 - 15.
- [02] - LIVESEY, J. L., "Inertia Effects in Viscous Flows", Int. J. Mech. Sci., Vol. I, 1960, pp. 84 - 88.
- [03] - MOLLER, P. S., "Radial Flow Without Swirl Between Parallel Discs", Aero. Quart., Vol. 14, 1963, pp. 163 - 186.
- [04] - SAVAGE, S. B., "Laminar Radial Flow Between Parallel Plates", J. Appl. Mech., Vol. 31, 1964, pp. 558 - 566.
- [05] - JACKSON, J. D.; SYMMONS, G. R., "An Investigation of Laminar Radial Flow Between Two Parallel Discs", Appl. Sci. Res. Section A, Vol. 15, 1965, pp. 59 - 75.
- [06] - KILLMANN, I. G., "Aerodynamic Forces Acting on Valve Discs", International Compressor Engineering Conference at Purdue, 1972.
- [07] - MARPLE, V. A.; LIU, B. Y. H.; WHITBY, K. T., "Fluid Mechanics of the Laminar Flow Aerosol Impactor", Aerosol Science, Vol. 5, 1974, pp. 01 - 16.
- [08] - HAYASHI, S.; MATSUI, T.; ITO, T., "Study of Flow and Thrust in Nozzle-Flapper Valves", J. Fluids Eng., Vol. 97, 1975, pp. 39 - 50.

- [09] - RAAL, J. D., "Radial Source Flow Between Parallel Disks", J. Fluid Mech., Vol. 85, 3, 1978, pp. 401 - 416.
- [10] - WARK, C. E.; FOSS, J. F., "Forces Caused by the Radial Outflow Between Parallel Disks", J. Fluids Eng., Vol. 106, 1984, pp. 292 - 297.
- [11] - FERREIRA, R. T. S.; DRIESSEN, J. L., "Analysis of the Influence of Valve Geometric Parameters on the Effective Flow and Forces Areas", 9th Purdue Compressors Technology Conference, West Lafayette, Indiana, 1986, pp. 632 - 646.
- [12] - TODESCAT, M. L.; PRATA, FERREIRA, R. T. S., "Transferência de Calor Laminar em Válvulas de Compressores", ENCIT, 1988, pp. 255 - 258.
- [13] - DESCHAMPS, C. J., "Escoamento Laminar Através de Válvulas de Compressores", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Santa Catarina, 1987.
- [14] - GASCHE, J. L., "Escoamento Laminar Através de Válvulas Excêntricas de Compressores de Refrigeração", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Santa Catarina, 1992.
- [15] - DELMÉE, G. J., "Manual de Medição de Vazão", São Paulo, Editora Edgar Blücher Ltda, 1983.
- [16] - BEAN, H. S., "Fluid Meters - Their Theory and Application", 6th Ed. The American Society of Mechanical Engineers, 1971.

- [17] - PATANKAR, S. V., "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Washington D. C.: Hemisphere Publ. Corp., 1980.
- [18] - HAYASE, T.; HUMPHREY, J. A. C.; GREIF, R., "A Consistently QUICK Scheme for Fast and Stable Convergence Using Finite-Volume Iterative Calculation Procedures", J. Comp. Phys., Vol. 98, 1992, pp. 108 - 118.
- [19] - PATANKAR, S. V., "A Numerical Method for Conduction in Composite Materials, Flow in Regular Geometries, and Conjugate Heat Transfer", Proc. 6th International Heat Transfer Conference, Toronto, Vol. 3, 1978, pp. 297 - 304.
- [20] - LEONARD, B. P., "A Stable and Accurate Convective Modelling Procedure Based on Quadratic Upstream Interpolation", Comp. Meth. in Applied Mech. and Eng., Vol. 19, 1979, pp. 59 - 98.
- [21] - HOLMAN, J. P., "Experimental Method for Engineers", Tokyo, McGraw-Hill Kogakusha Ltda, 1981.
- [22] - STOECKER, W. F., "Design of Thermal Systems", Singapura, McGraw-Hill Ltda, 1989.

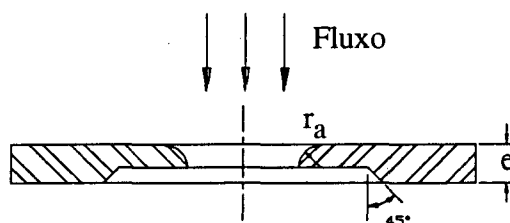
APÊNDICE I - MEDIDOR DE VAZÃO

Neste apêndice são apresentadas as características construtivas do medidor de vazão e os cuidados a serem tomados em sua confecção. Ao final são apresentados resultados da aferição deste medidor em relação a um medidor de vazão do tipo Coriolis.

I.1. Características Construtivas do Medidor de Vazão

Quando o número de Reynolds é relativamente baixo o orifício convencional com aresta "viva" não apresenta um coeficiente de descarga constante, conforme Delmée [15]. Para situações onde o número de Reynolds, Re , varia entre 250 e 3300 utilizam-se os chamados orifícios de canto arredondado. Este tipo de placa de orifício é mencionado na norma BRITISH STANDARD 1042.

A diferença principal entre este orifício e o de aresta "viva" é que a face a montante é arredondada na sua concordância com o orifício de passagem do fluido formando um quarto de círculo conforme ilustra a figura I.1.



$$e = 2 \text{ mm para } d < 100 \text{ mm}$$

Figura I.1 - Detalhe do orifício de canto arredondado

I.1.1. Dimensionamento da placa de orifício.

Na utilização deste tipo de dispositivo alguns limites de aplicação devem ser respeitados. O diâmetro da tubulação, d , deve estar contido entre os limites $25\text{mm} \leq d \leq 750\text{mm}$ e a relação entre o diâmetro da linha e o diâmetro do orifício, β , entre os limites $0,3 < \beta < 0,6$.

A escolha de $\beta \approx 0,3$ fornece o maior diferencial de pressão para a mesma vazão resultando em medições mais estáveis. A espessura de placa, e , é fixada em 2 mm e o raio de arredondamento r_a em 1,1 mm. Para a usinagem deste raio foi necessária a confecção de uma ferramenta com o negativo deste arredondamento, construída por uma retífica com visor ótico.

Em linhas gerais as especificações quanto à planicidade e rugosidade das faces e cilindricidade do orifício, recomendadas para placa de orifício de aresta "viva", conforme normas ISO 5167 ou BS 1041 foram respeitadas para a fabricação da placa de orifício com canto arredondado. Recomendações adicionais em relação ao raio de arredondamento foram seguidas conforme norma BS 1042.

Após a confecção da placa procedeu-se à medição do diâmetro do orifício, d_{or} , em uma máquina de medir por coordenadas, marca ZEISS, que forneceu,

$$d_{or} = 10,554 \pm 0,007 \text{ mm}$$

Assim, a relação de diâmetros é dada por:

$$\beta = \frac{d_{or}}{d} = 0,3024$$

A faixa de operação recomendada é função da relação β e, para este caso, situa-se entre $300 \leq Re \leq 100.000$.

I.1.2. Dimensionamento das tomadas de pressão.

Para linhas com diâmetros menores que 40 mm devem ser utilizadas tomadas de pressão do tipo tomadas em canto ("corner taps"). Estas tomadas de pressão são fendas anelares que se comunicam com câmaras piezométricas também anelares como ilustra a figura I.2.

O dimensionamento das tomadas de pressão e câmaras piezométricas foi feito com base na norma ISO 5167.

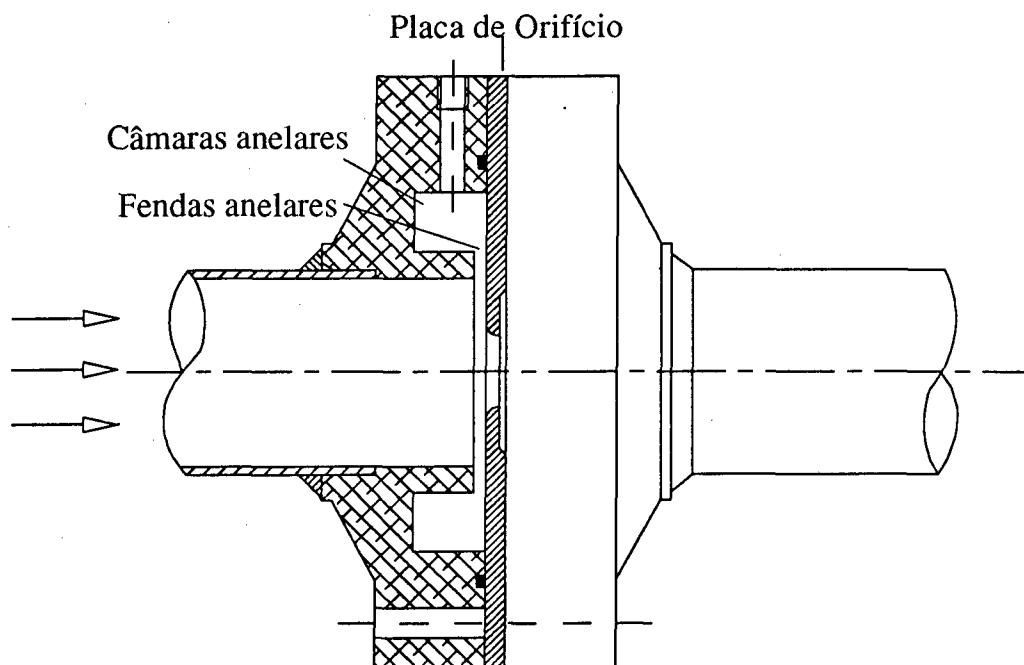


Figura I.2 - Tomadas de pressão

I.2. Centragem e Montagem da Placa de Orifício.

Para garantir que as linhas de centro do orifício medidor de vazão e da tubulação sejam colineares foram fixados nos flanges dois pinos guia feitos em aço inoxidável. Um molde de madeira foi confeccionado de modo a ajustar-se perfeitamente na parte interna da tubulação e no orifício medidor.

Com o conjunto placa de orifício e molde acoplados à tubulação procedeu-se à furação e colocação dos dois pinos guia. Após a retirada do molde a centragem é garantida pelos pinos.

I.3. Aferição do Medidor de Vazão.

A placa de orifício foi aferida em relação a um medidor de fluxo de massa do tipo Coriolis, marca Micro Motion, modelo D6 e vazão máxima de 15 kg/h, calibrado gravimetricamente. Esta aferição foi feita com a placa montada na bancada, exatamente como nas condições de uso. Ar é, então, forçado a passar pelos dois equipamentos numa montagem em série. A existência de vazamentos nesta montagem inutiliza a aferição, portanto um exame cuidadoso, neste sentido, é necessário.

Vazões distintas são escolhidas através da válvula reguladora de vazão e medições são feitas simultaneamente nos dois equipamentos. Um gráfico com os pontos é apresentado na figura I.3.

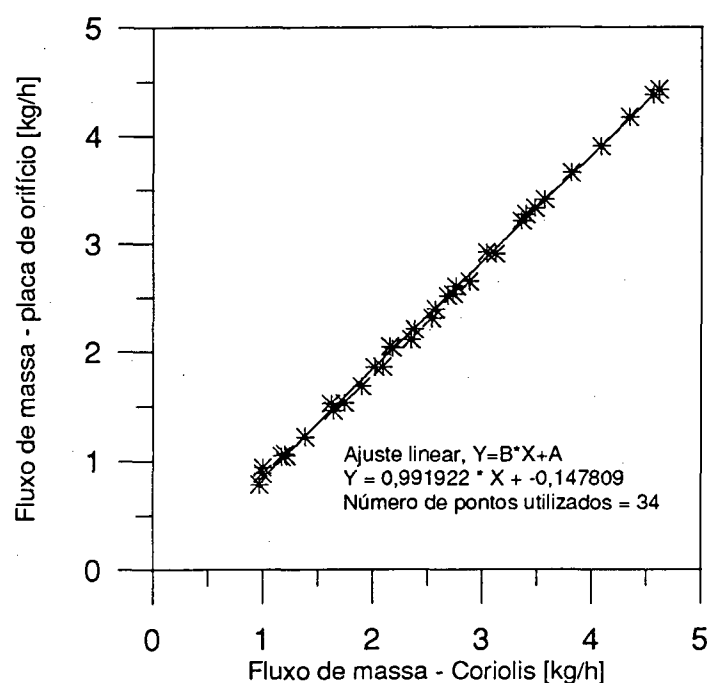


Figura I.3 - Aferição da placa de orifício

Uma reta foi ajustada pelo método dos mínimos quadrados e os coeficientes são apresentados na Fig. I.3. O coeficiente angular, B, é bastante próximo do valor unitário representando a boa linearidade do coeficiente de descarga deste medidor de vazão para esta faixa onde foi feita a aferição em que, $400 < Re < 2600$. Já o coeficiente linear, A, representa um erro sistemático que foi compensado através da subtração deste valor na equação (3.6).

APÊNDICE II - ANÁLISE DA INCERTEZA DE MEDIÇÃO

Este apêndice apresenta uma análise da incerteza de medição associada aos experimentos realizados para a obtenção do perfil de pressão sobre a palheta. A metodologia adotada é a proposta por Holman [21] e considerou-se que os instrumentos não apresentam erros sistemáticos, assim, as incertezas são devidas apenas a erro aleatório.

II.1. Incerteza Associada à Medição dos Parâmetros Primários

Os parâmetros que não utilizam qualquer relação matemática envolvendo outras grandezas medidas no experimento são definidas como parâmetros primários. São eles: inclinação, afastamento, correção do afastamento, posição radial da tomada de pressão da palheta, diâmetro do orifício de passagem, diâmetro da palheta, temperatura ambiente, pressão atmosférica, pressão à montante da placa de orifício, pressão à montante do assento, pressão manométrica sobre a palheta e diferencial de pressão através da placa de orifício.

O valor assumido para a incerteza relacionada aos parâmetros primários foi aquele correspondente à metade da menor divisão de escala utilizada na leitura.

Os transdutores de pressão foram calibrados em relação ao micromanômetro de coluna inclinada com álcool isopropílico e em relação ao manômetro em "U" com água destilada ou mercúrio, apresentando excelente repetibilidade e linearidade. Desta forma, assumiu-se que a incerteza é aquela dos equipamentos utilizados na calibração.

Para o micromanômetro tem-se que,

$$p = \frac{L_m}{e} g \rho_{ft} \quad (\text{II.1})$$

onde,

p - pressão manométrica [Pa];

L_m - leitura do manômetro [m];

- e - escala utilizada, indicando a inclinação da coluna;
 g - aceleração da gravidade [$9,81 \text{ m/s}^2$];
 ρ_{ft} - massa específica do fluido de trabalho;

Admitindo que a única variável medida seja L_m , tem-se que $p = p(L_m)$, e a incerteza de medição para a pressão, dp , é dada por,

$$dp = \frac{\partial p}{\partial L} dL_m = \frac{1}{e} g \rho_{al} dL_m \quad (\text{II.2})$$

Assume-se que a incerteza na leitura do micromanômetro, dL_m , seja igual à metade do valor da menor divisão de escala, isto é, 0,5 mm. Para o manômetro em "U" a incerteza também é calculada pela equação II.2, com $e = 1$. Neste caso dL é igual a 1,0 mm.

A tabela II.1 apresenta os valores das incertezas de medição dos parâmetros primários.

Tabela II.1- Incerteza associada à medição dos parâmetros primários

Parâmetro	Incerteza
inclinação (α)	0,006°
afastamento (s_c)	1,0 μm
posição radial(r)	0,1 mm
correção do afastamento (s_{cor})	1,0 μm
diâmetro do orifício (d)	0,01 mm
diâmetro da palheta (D)	0,01 mm
temperatura ambiente (T_{amb})	0,5°C
pressão atmosférica (p_{atm})	0,5 mmHg
pressão a montante do difusor (p_u)	$dp = 1/e g \rho_{ft} dL_m \text{ Pa}$
pressões medidas com transdutor	$dp = 1/e g \rho_{ft} dL_m \text{ Pa}$

II.2. Incerteza Associada à Determinação dos Parâmetros Dependentes

Os parâmetros dependentes são: massa específica (ρ), viscosidade absoluta (μ), velocidade média no orifício de passagem (\bar{w}), pressão adimensional sobre a palheta (p^*), fluxo de massa (\dot{m}) e número de Reynolds (Re).

II.2.1. Incerteza associada à medição da massa específica do ar, $d\rho$

A massa específica do ar é calculada através da equação 3.4, sendo função da pressão à montante do assento e da temperatura ambiente, $\rho = \rho(p_u, T_{amb})$, e assim,

$$d\rho = \left[\left(\frac{\partial \rho}{\partial p_u} \cdot dp_u \right)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial T_{amb}} \cdot dT_{amb} \right)^2 \right]^{1/2} = \rho \left[\left(\frac{dp_u}{p_u} \right)^2 + \left(\frac{dT_{amb}}{T_{amb}} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (II.3)$$

II.2.2. Incerteza associada à medição da viscosidade absoluta ar, $d\mu$

A viscosidade absoluta do ar, μ , é avaliada segundo a equação 3.9, e é função apenas da temperatura ambiente, $\mu = \mu(T_{amb})$, assim, sua incerteza de medição é calculada por,

$$d\mu = \frac{\partial \mu}{\partial T_{amb}} \cdot dT_{amb} = (k_2 - 2k_3 T_{amb}) \times 10^{-6} dT_{amb} \quad (II.4)$$

II.2.3. Incerteza associada à medição do fluxo de massa, $d\dot{m}$

O fluxo de massa através da tubulação é calculado por:

$$\dot{m} = C E \beta^2 F_a \varepsilon \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{2 \Delta p \rho} \quad [\text{kg} / \text{s}] \quad (II.5)$$

onde,

- C - coeficiente de descarga;
- E - fator de velocidade de aproximação;
- β - relação de diâmetros, d_{or}/d ;

- d - diâmetro interno da tubulação, [mm];
 d_{or} - diâmetro do orifício medidor, [mm];
 F_a - fator de dilatação térmica;
 ϵ - fator de expansão isentrópica;
 Δp - diferencial de pressão através da placa de orifício em [Pa].

Assumiu-se, por simplicidade, que o fluxo de massa é função apenas do fator de expansão isentrópica, do diâmetro da tubulação, da massa específica e do diferencial de pressão, $\dot{m} = \dot{m}(\epsilon, d, \rho, \Delta p)$, assim,

$$d\dot{m} = \left[\left(\frac{\partial \dot{m}}{\partial \epsilon} d\epsilon \right)^2 + \left(\frac{\partial \dot{m}}{\partial d} d(d) \right)^2 + \left(\frac{\partial \dot{m}}{\partial \rho} d\rho \right)^2 + \left(\frac{\partial \dot{m}}{\partial \Delta p} d\Delta p \right)^2 \right]^{1/2} \quad (\text{II.6})$$

e, substituindo as derivadas parciais, tem-se que,

$$d\dot{m} = \dot{m} \left[\left(\frac{d\epsilon}{\epsilon} \right)^2 + 4 \left(\frac{d(d)}{d} \right)^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{d\rho}{\rho} \right)^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{d\Delta p}{\Delta p} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (\text{II.7})$$

Para este medidor de vazão o fator de expansão isentrópica é dado por,

$$\epsilon = 1 - (0,3707 + 0,3184\beta^4) \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{1/k} \right]^{0,935} \quad (\text{II.8})$$

onde,

- p_1 - pressão a montante da placa de orifício [Pa];
 p_2 - pressão a jusante da placa de orifício [Pa];
 k - c_p / c_v , igual a 1,4 para o ar.

Este fator é dependente principalmente das pressões p_1 e p_2 , $\varepsilon = \varepsilon(p_2, p_1)$, então a incerteza de medição para o fator de expansão isentrópica, $d\varepsilon$, é dado por,

$$d\varepsilon = \left[\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial p_1} dp_1 \right)^2 + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial p_2} dp_2 \right)^2 \right]^{1/2} \quad (\text{II.9})$$

ou

$$d\varepsilon = \frac{0,935 (0,3707 + 0,3184\beta^4)}{k} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{1/k} \right]^{-0,065} \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{1/k} \left[\left(\frac{dp_1}{p_1} \right)^2 + \left(\frac{dp_2}{p_2} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (\text{II.10})$$

Todas as incertezas necessárias ao cálculo da incerteza de medição associada ao fluxo de massa estão determinadas.

II.2.4. Incerteza associada à medição da velocidade média, $d\bar{w}$

A velocidade média do escoamento no orifício de passagem é determinada através da equação da conservação da massa,

$$\bar{w} = \frac{4 \dot{m}}{\rho \pi d^2} \quad (\text{II.11})$$

Desta forma, $\bar{w} = \bar{w}(\dot{m}, \rho, d)$, e,

$$d\bar{w} = \left[\left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial \dot{m}} d\dot{m} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial \rho} d\rho \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial d} d(d) \right)^2 \right]^{1/2} \quad (\text{II.12})$$

Com a substituição das derivadas parciais, tem-se que:

$$d\bar{w} = \bar{w} \left[\left(\frac{d\dot{m}}{\dot{m}} \right)^2 + \left(\frac{d\rho}{\rho} \right)^2 + 4 \left(\frac{d(d)}{d} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (\text{II.13})$$

onde $d(d)$, $d\rho$ e $d\dot{m}$ são valores já conhecidos.

II.2.5. Incerteza associada à medição da pressão adimensional, dp^*

A pressão manométrica atuando na superfície da palheta é adimensionalizada através da seguinte equação,

$$p^* = \frac{p}{1/2\rho\bar{w}^2} \quad (\text{II.I4})$$

onde p é a pressão manométrica sobre a palheta. Pode-se assumir que $p^* = p^*(p, \rho, \bar{w})$, assim dp^* é dada por,

$$dp^* = \left[\left(\frac{\partial p^*}{\partial p} dp \right)^2 + \left(\frac{\partial p^*}{\partial \rho} d\rho \right)^2 + \left(\frac{\partial p^*}{\partial \bar{w}} d\bar{w} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (\text{II.I5})$$

Reescrevendo com a substituição das derivadas parciais, tem-se,

$$dp^* = p^* \left[\left(\frac{dp}{p} \right)^2 + \left(\frac{d\rho}{\rho} \right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{d\bar{w}}{\bar{w}} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (\text{II.I6})$$

Há uma forte dependência deste parâmetro com o afastamento entre palheta e assento, s_c , e com a inclinação da palheta, α , porém a pressão adimensional não possui uma correlação matemática direta com o afastamento e a inclinação. Esta dependência foi avaliada numericamente calculando-se o escoamento para os valores limites de incerteza de medição do afastamento. Alguns resultados são apresentados no Capítulo 3.

II.2.6. Incerteza associada à medição do número de Reynolds, $d(\text{Re})$

Define-se o número de Reynolds do escoamento por,

$$\text{Re} = \frac{4 \dot{m}}{\mu \pi d} \quad (\text{II.I7})$$

de forma que $Re = Re(\dot{m}, \mu, d)$, então,

$$d(Re) = \left[\left(\frac{\partial Re}{\partial \dot{m}} d\dot{m} \right)^2 + \left(\frac{\partial Re}{\partial \mu} d\mu \right)^2 + \left(\frac{\partial Re}{\partial d} d(d) \right)^2 \right]^{1/2} \quad (\text{II.18})$$

ou

$$d(Re) = Re \left[\left(\frac{d\dot{m}}{\dot{m}} \right)^2 + \left(\frac{d\mu}{\mu} \right)^2 + \left(\frac{d(d)}{d} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (\text{II.19})$$

APÊNDICE III - TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS

A transformação de coordenadas discutida no capítulo 4, onde os termos provenientes das derivadas cruzadas são considerados, é apresentada neste apêndice. Parte-se das equações de conservação escritas no sistema cilíndrico e implementa-se a substituição da coordenada axial z pela nova coordenada axial adimensional η , chegando-se às equações de conservação para o sistema transformado.

No sistema de coordenadas cilíndrico, as equações da conservação da quantidade de movimento nas direções θ , r e z e a equação da conservação da massa podem ser escritas, respectivamente por,

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (\rho u u) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho r v u) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho r w u) \right] = & \frac{\mu}{r} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(r \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] + \\ & + \frac{2\mu}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{\mu u}{r^2} - \frac{\rho u v}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \end{aligned} \quad (\text{III.1})$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (\rho u v) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho r v v) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho r w v) \right] = & \frac{\mu}{r} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(r \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] - \\ & - \frac{2\mu}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{\mu v}{r^2} + \frac{\rho u^2}{r} - \frac{\partial p}{\partial r} \end{aligned} \quad (\text{III.2})$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (\rho u w) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho r v w) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho r w w) \right] = & \frac{\mu}{r} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(r \frac{\partial w}{\partial \eta} \right) \right] + \\ & - \frac{\partial p}{\partial z} \end{aligned} \quad (\text{III.3})$$

$$\frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (\rho u) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho r v) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho r w) \right] = 0 \quad (\text{III.4})$$

onde u , v e w representam as velocidades nas direções r , θ e z , respectivamente, ρ a massa específica do fluido, μ a viscosidade absoluta e p a pressão. As mesmas hipóteses simplificativas discutidas no capítulo 4 foram aplicadas.

A coordenada z é adimensionalizada pelo afastamento da palheta em relação ao assento $\delta(\theta, r)$, resultando na nova coordenada η , assim:

$$\eta = \frac{z}{\delta(r, \theta)} \quad \theta \leq \eta \leq 1 \quad (\text{III.5})$$

onde,

$$\begin{aligned} \delta(r, \theta) &= C_1 + C_2 r \cos \theta \\ C_1 &= s_c \\ C_2 &= -\tan \alpha \end{aligned} \quad (\text{III.6})$$

Quando uma dada função φ é levada do sistema de coordenadas cilíndrico para o novo sistema, suas derivadas são calculadas por:

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right|_{\theta, z} = \left. \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \right|_{r, \eta} \left. \frac{\partial \theta}{\partial r} \right|_{\theta, z} + \left. \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right|_{\theta, \eta} \left. \frac{\partial r}{\partial r} \right|_{\theta, z} + \left. \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \right|_{\theta, r} \left. \frac{\partial \eta}{\partial r} \right|_{\theta, z} = \frac{\partial \varphi}{\partial r} - A_1 \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \quad (\text{III.7})$$

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \right|_{r, z} = \left. \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \right|_{r, \eta} \left. \frac{\partial \theta}{\partial \theta} \right|_{r, z} + \left. \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right|_{\theta, \eta} \left. \frac{\partial r}{\partial \theta} \right|_{r, z} + \left. \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \right|_{r, \theta} \left. \frac{\partial \eta}{\partial \theta} \right|_{r, z} = \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} + A_2 \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \quad (\text{III.8})$$

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right|_{\theta, r} = \left. \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \right|_{r, \eta} \left. \frac{\partial \theta}{\partial z} \right|_{\theta, r} + \left. \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right|_{\theta, \eta} \left. \frac{\partial r}{\partial z} \right|_{\theta, r} + \left. \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \right|_{\theta, r} \left. \frac{\partial \eta}{\partial z} \right|_{\theta, r} = \frac{1}{\delta} \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \quad (\text{III.9})$$

onde,

$$A_1 = \frac{\eta}{\delta} C_2 \cos \theta \quad (\text{III.10})$$

$$A_2 = \frac{\eta}{\delta} r C_2 \sin \theta \quad (\text{III.11})$$

Seguindo as regras de derivação as derivadas de ordem superior que aparecem nas equações do movimento são dadas por:

$$\left. \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} \right|_{r, z} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(A_2 \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \right) + A_2 \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \right) + A_2 \frac{\partial}{\partial \eta} \left(A_2 \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \right) \quad (\text{III.12})$$

$$\left. \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) \right|_{\theta, z} = \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left(A_1 r \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \right) - A_1 r \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + A_1 r \frac{\partial}{\partial \eta} \left(A_1 \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \right) \quad (\text{III.13})$$

$$\left. \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right|_{\theta, r} = \frac{1}{\delta^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} \quad (\text{III.14})$$

Estas derivadas são substituídas nas equações III.1 a III.4 e obtém-se as equações III.15 a III.17 que representam as equações da conservação da quantidade de movimento nas direções r , θ e η , e III.18 que representa a conservação da massa para o novo sistema de coordenadas.

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (\rho u u) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho r v u) + \frac{1}{\delta} \frac{\partial}{\partial \eta} (\rho r w u) \right] &= \frac{\mu}{r} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{\delta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{r}{\delta} \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) \right] + \\ &+ \frac{2\mu}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{\mu u}{r^2} - \frac{\rho u v}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} - A_1 \frac{\partial}{\partial \eta} (\rho u v) + \frac{A_2}{r} \frac{\partial}{\partial \eta} (\rho u u) + \\ &- \mu \left[-\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(A_1 r \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) - A_1 \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{A_1^2}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\eta \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(A_2 \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) + \right. \\ &\left. + \frac{A_2}{r^2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\partial u}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2} C_2^2 \sin^2 \theta \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\eta \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) \right] + \frac{A_2}{r} \frac{\partial p}{\partial \eta} - \frac{2\mu A_1}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \eta} \end{aligned} \quad (\text{III.15})$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (\rho u v) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho r v v) + \frac{1}{\delta} \frac{\partial}{\partial \eta} (\rho r w v) \right] &= \frac{\mu}{r} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{1}{\delta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{r}{\delta} \frac{\partial v}{\partial \eta} \right) \right] + \\ &- \frac{2\mu}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{\mu v}{r^2} + \frac{\rho u^2}{r} - \frac{\partial p}{\partial r} - A_1 \frac{\partial}{\partial \eta} (\rho v v) + \frac{A_2}{r} \frac{\partial}{\partial \eta} (\rho u v) + \\ &- \mu \left[-\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(A_1 r \frac{\partial v}{\partial \eta} \right) - A_1 \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{A_1^2}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\eta \frac{\partial v}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(A_2 \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) + \right. \\ &\left. + \frac{A_2}{r^2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} \right) + \frac{A_2}{r^2 \eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\eta \frac{\partial v}{\partial \eta} \right) \right] - A_1 \frac{\partial p}{\partial \eta} + \frac{2\mu A_2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \eta} \end{aligned} \quad (\text{III.16})$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (\rho u w) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho r v w) + \frac{1}{\delta} \frac{\partial}{\partial \eta} (\rho r w w) \right] &= \frac{\mu}{r} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{1}{\delta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{r}{\delta} \frac{\partial w}{\partial \eta} \right) \right] + \\
&\quad - \frac{1}{\delta} \frac{\partial p}{\partial \eta} - A_1 \frac{\partial}{\partial \eta} (\rho v w) + \frac{A_2}{r} \frac{\partial}{\partial \eta} (\rho w w) + \\
&\quad - \mu \left[- \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(A_1 r \frac{\partial w}{\partial \eta} \right) - A_1 \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{A_1^2}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\eta \frac{\partial w}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(A_2 \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) + \right. \\
&\quad \left. + \frac{A_2}{r^2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\partial w}{\partial \theta} \right) + \frac{A_2}{r^2 \eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\eta \frac{\partial w}{\partial \eta} \right) \right] \quad (III.17)
\end{aligned}$$

$$\frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (\rho u) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho r v) + \frac{1}{\delta} \frac{\partial}{\partial \eta} (\rho r w) \right] + A_2 \frac{\partial}{\partial \eta} (\rho u) - A_1 \frac{\partial}{\partial \eta} (\rho v) = 0 \quad (III.18)$$

Quando o ângulo de inclinação é nulo, $\alpha=0$, a constante C_2 também é nula resultando em $A_1 = A_2 = 0$. Nesta situação as equações III.15 a III.18 tornam-se exatamente iguais às equações III.1 a III.4, ou seja, retorna-se ao sistema de coordenadas cilíndrico.

É importante notar que todos os termos novos que aparecem nas equações estão multiplicados pela constante C_2 , que representa a inclinação da palheta. Para ângulos pequenos, como os utilizados neste estudo, esta constante é pequena diminuindo a importância destes termos nesta situação.

Para inclusão destes termos no programa computacional deve-se adicioná-los no termo fonte da equação discretizada.

APÊNDICE IV - DISCRETIZAÇÃO DAS EQ. COM O ESQUEMA QUICK

Neste apêndice descreve-se o processo de discretização da equação da conservação da quantidade de movimento utilizando-se o esquema convectivo Quick, conforme Hayase e outros [18].

Por simplicidade, a análise é feita para uma situação unidimensional, podendo ser aplicada a situações multidimensionais. A Fig. IV.1. apresenta um volume de controle típico para uma situação unidimensional.

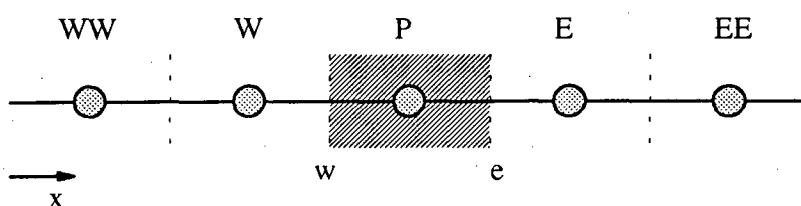


Figura IV.1 - Volume de controle típico para uma situação unidimensional

Para um problema estacionário, unidimensional, com um termo convectivo, um termo difusivo e sem termos fonte a equação diferencial é dada por,

$$\frac{d}{dx}(\rho u \phi) = \frac{d}{dx} \left(\Gamma \frac{d\phi}{dx} \right) \quad (\text{IV.1})$$

onde u é a velocidade, x a direção, ϕ a propriedade e Γ o coeficiente de difusão. Nesta situação a equação da conservação da massa é dada por,

$$\rho u = \text{constante} \quad (\text{IV.2})$$

Aplicando a técnica dos volumes finitos, a equação IV.1 pode ser reescrita como,

$$(F_e^+ + F_e^-)\phi_e - (F_w^+ + F_w^-)\phi_w = D_e(\phi_E - \phi_P) - D_w(\phi_P - \phi_W) \quad (\text{IV.3})$$

onde,

$$F_e^+ = \begin{cases} \rho u_e & (u_e > 0) \\ 0 & (u_e \leq 0) \end{cases} \quad F_e^- = \begin{cases} 0 & (u_e > 0) \\ \rho u_e & (u_e \leq 0) \end{cases} \quad (IV.4)$$

$$F_w^+ = \begin{cases} \rho u_w & (u_w > 0) \\ 0 & (u_w \leq 0) \end{cases} \quad F_w^- = \begin{cases} 0 & (u_w > 0) \\ \rho u_w & (u_w \leq 0) \end{cases} \quad (IV.5)$$

$$D_e = \frac{\Gamma_e}{\Delta x_e} \quad D_w = \frac{\Gamma_w}{\Delta x_w} \quad (IV.6)$$

No esquema QUICK um polinômio quadrático é utilizado para a interpolação das propriedades. Sempre são utilizados três pontos, dois à montante e um à jusante da face em relação ao sentido do fluxo, constituindo-se em um esquema de segunda ordem.

Para melhorar a estabilidade do método, alguns termos da interpolação são colocados no termo fonte e as propriedades nas faces são avaliadas por,

$$\begin{aligned} \phi_e &= \phi_P + S_e^+ & \text{para } u_e > 0 \\ \phi_e &= \phi_E + S_e^- & \text{para } u_e < 0 \\ \phi_w &= \phi_W + S_w^+ & \text{para } u_w > 0 \\ \phi_w &= \phi_P + S_w^- & \text{para } u_w < 0 \end{aligned} \quad (IV.7)$$

onde S_e^+ , S_e^- , S_w^+ e S_w^- são termos fonte escritos como,

$$\begin{aligned} S_e^+ &= \beta_1 \phi_W + (\beta_2 - 1) \phi_P + \beta_3 \phi_E \\ S_e^- &= \beta_4 \phi_{EE} + (\beta_5 - 1) \phi_E + \beta_6 \phi_P \\ S_w^+ &= \beta_7 \phi_{WW} + (\beta_8 - 1) \phi_W + \beta_9 \phi_P \\ S_w^- &= \beta_{10} \phi_E + (\beta_{11} - 1) \phi_P + \beta_{12} \phi_W \end{aligned} \quad (IV.8)$$

Os coeficientes β_i , $i = 1, \dots, 12$ são dependentes apenas das dimensões da malha e são calculados com base na interpolação de Lagrange. Os coeficientes desta interpolação para S_e^+ , conforme Stoecker [22], podem ser obtidos por,

$$\begin{aligned}
\beta_1 &= \frac{(x_e - x_P)(x_e - x_E)}{(x_W - x_P)(x_W - x_E)} \\
\beta_2 &= \frac{(x_e - x_W)(x_e - x_E)}{(x_P - x_W)(x_P - x_E)} \\
\beta_3 &= \frac{(x_e - x_W)(x_e - x_P)}{(x_E - x_W)(x_E - x_P)}
\end{aligned} \tag{IV.9}$$

Os demais coeficientes são calculados de maneira semelhante. Em situações de malha uniforme os coeficientes de interpolação são sempre constantes e dados por,

$$\beta_1 = -1/8 \quad \beta_2 = 3/4 \quad \beta_3 = 3/8 \tag{IV.10}$$

Substituindo as equações IV.7 e IV.8 na equação IV.3, chega-se à equação discretizada, dada por,

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + S \tag{IV.11}$$

onde,

$$\begin{aligned}
a_E &= -F_e^- + D_e \\
a_W &= F_w^+ + D_w \\
a_P &= a_E + a_W \\
S &= -S_e^+ F_e^+ - S_e^- F_e^- + S_w^+ F_w^+ + S_w^- F_w^-
\end{aligned} \tag{IV.12}$$

Para os pontos nodais adjacentes à fronteira do sistema há a necessidade de se utilizar um esquema convectivo de primeira ordem pois apenas o ponto sobre a fronteira é disponível na interpolação. Por conveniência utilizou-se a Lei de Potência.

Foi realizado um teste para verificar a influência da avaliação dos coeficientes de interpolação. Para isto dois casos foram processados, um utilizando os coeficientes calculados por IV.9 e outro por IV.10 para a mesma malha computacional da Fig. 4.7. A Fig. IV.2 apresenta esta comparação para o perfil de pressão sobre a palheta.

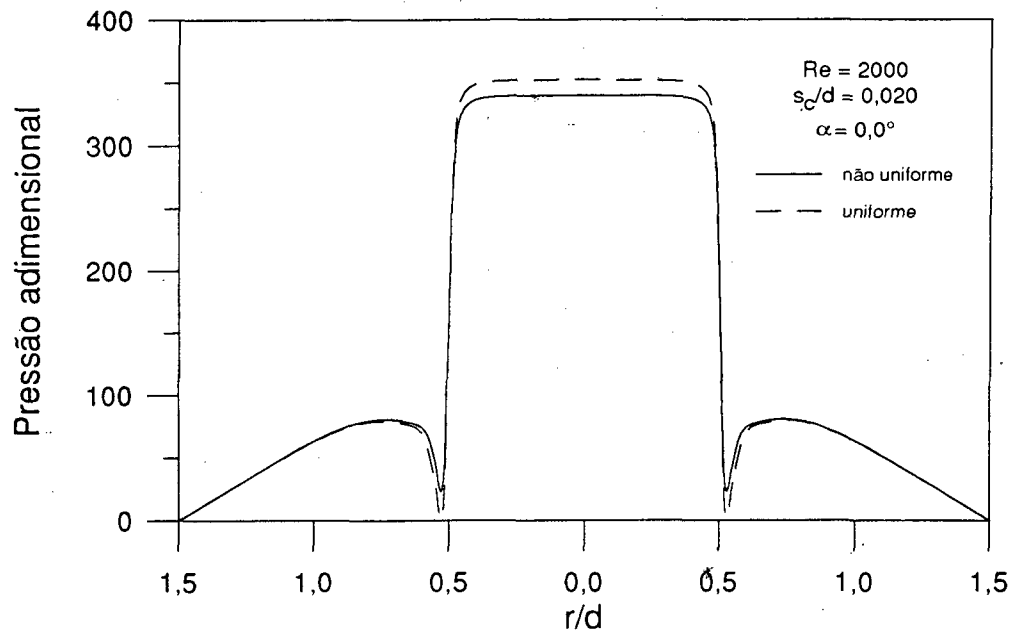


Figura IV.2 - Comparação entre resultados obtidos com coeficientes de interpolação para malha uniforme e não uniforme.

Pode-se observar que neste caso é importante calcular os coeficientes de interpolação com base nas dimensões da malha.